Intellectica, 2009/1, **51**, pp.

Le continu dans la philosophie cognitive

Jean-Michel Salanskis*[1]

RESUME : L'article discute du continu mathématique dans le contexte des sciences cognitives contemporaines. Il évoque le débat épistémologique sur la modélisation continue et sa portée ontologique en sciences cognitives en revenant à la forme que prend le même débat à propos de la physique. Il expose ensuite le problème fondationnel du statut du continu qui se pose à l'intérieur même du champ mathématique. Puis il rend compte de quelques usages du continu dans les matières cognitives, en évoquant les approches morphodynamiques défendues par Petitot, la théorie des formes sémantiques de Cadiot et Visetti, et les tentatives récentes de modélisation fine des processus neurophysiologiques. Finalement, l'article envisage les appréhensions naturalisantes de la cognition mathématique, soit programmatiques, soit appuyées sur des enquêtes psychologiques.

Mots-clefs : Continu, connexionnisme, morphodynamique, herméneutique, langage, sémantique, épistémologie, constructif, formalisme, système dynamique, naturalisme, psychologisme.

ABSTRACT : **The continuum in Cognitive Philosophy**. The paper addresses the question of mathematical continuum in cognitive contemporary context in large. It first reviews the epistemological debate about continuous modeling and its ontological significance in cognitive science, comparing it with the same debate concerning physics. It then deals with the foundational problem pertaining to continuum inside mathematics. Coming back to cognitive issues, it accounts for some continuous approaches in cognitive matters: namely morphodynamic modeling as Petitot sustains it, Cadiot's and Visetti's theory of semantic forms, and continuous biophysics of the brain. Finally the paper considers naturalist apprehensions of mathematics, be it in a programmatic way or on the basis of empirical psychological investigation.

Key words : Continuum, connectionism, morphodynamics, hermeneutics, language, semantics, epistemology, constructive, formalism, dynamical system, naturalism, psychologism.

La réflexion sur l'intervention des mathématiques dans les recherches cognitives, et sur le sens que peut y prendre une des figures séculaires de ces mathématiques, celle du continu, passe nécessairement, du moins tel est mon sentiment, par un protagoniste non nommé : la philosophie.

De cela, on peut donner au moins deux raisons.

* Université Paris Ouest Nanterre La Défense.

[1] Remerciements à David Hansel pour son aimable collaboration : son secours me fut essentiel pour rédiger la section « Continu bio-physique », dont j'assume néanmoins évidemment tous les éventuels aspects fautifs, dus à mon défaut de compréhension.

D'abord, il est immédiatement clair que la question du rôle du continu dans les matières cognitives nous requiert dans une perspective comparatiste : il s'agit de prendre la mesure des ressemblances et des dissemblances de ce qui se passe dans la sphère cognitive avec ce qui s'est passé et continue de se passer dans le domaine de la physique, concernée par une intervention du continu mathématique en son sein depuis plusieurs siècles. Une telle comparaison amène nécessairement à remettre en chantier tous les problèmes de l'épistémologie de la connaissance. Comment traiter d'un tel sujet, en effet, sans prendre la mesure du statut spécifique des recherches cognitives parmi ou à côté des sciences de la nature d'un côté, sans réinterroger la raison d'être de la modélisation continue dans ces sciences elles-mêmes de l'autre côté ? Or cette dernière question avait été mise par Kant au centre de la philosophie de la connaissance. Et la première question nous oblige à une sagacité épistémologique nous permettant de juger avec justesse de la congruence, la solidarité ou la disparité *a priori* des recherches de la neurophysiologie, de la physique et des sciences cognitives par exemple (et ce n'est encore qu'un minimum) : une sagacité transversale inconcevable à défaut d'une compréhension générale de la question de la connaissance.

Mais il y a un deuxième motif, tout aussi fort, pour impliquer la philosophie. C'est que les sciences cognitives refusent d'être seulement un cas de plus pour l'épistémologie. Inséparable du projet cognitif est la prétention de constituer la nouvelle guise, enfin scientifique, de la philosophie. Se référant à une possible définition de la philosophie comme théorie de la pensée, l'entreprise cognitive déclare qu'elle est précisément cela, mais assumé en mode scientifique au lieu d'être abandonné à l'introspection et la spéculation. On poursuit en montrant que les anciennes contributions de la tradition philosophique se plaçaient naturellement sur le terrain cognitif, et que les nouvelles propositions de la jeune galaxie cognitive apportent des lumières sur la plupart des sujets connus par la philosophie comme sujets philosophiques. De ce point de vue, les sciences cognitives, étant le nouveau regard philosophique par excellence, contiennent par principe la nouvelle philosophie des mathématiques, et, donc, apportent un point de vue sur le continu susceptible de périmer les vues acquises de la philosophie des mathématiques. L'expression « philosophie cognitive » employée dans le titre est choisie pour évoquer à la fois une philosophie maintenant sa posture propre et séparée, pour évaluer les sciences cognitives, et une philosophie qui émanerait des sciences cognitives.

De l'intrication naturelle de notre thème avec la philosophie – doublement décrite à l'instant – résulte son caractère multiforme et difficilement contrôlable. La question change de visage ou de contenu selon que je l'aborde depuis le tribunal de la mathématique, la science de la nature, la philosophie ou depuis le nouveau poste à prétention totalisante et dominante des sciences cognitives.

On cherchera donc simplement, dans cet article, à démêler un peu cet écheveau en dégageant des observations clarificatrices en quelques endroits de cette difficulté complexe. Nous commencerons par ce qui, nous semble-t-il, vient le plus facilement à l'esprit pour qui aborde ces affaires, et qui est la question du conflit des paradigmes.

1. LE CONTINU, MOBILE DU SCHISME COGNITIF

Selon toute apparence, les recherches cognitives sont divisées par un conflit de paradigmes motivé par le continu. Le paradigme symbolique ou computationnaliste s'est fondé à l'origine sur l'analogie de l'esprit et de la machine de Turing, et, donc, a déterminé *a priori* toute l'activité cognitive comme traitement procédural d'une information discrète. En fin de compte, les données, stimuli externes ou tendances internes, se traduisaient forcément comme vecteurs symboliques de longueur finie, chaque case accueillant une parmi une liste finie de valeurs discrètes. L'agir de la boîte noire du mental à partir d'un ensemble de données de cette espèce était supposé répondre au modèle du calcul, c'est-à-dire consister en des manipulations réglées, spécifiables comme modifications morphologiquement motivées et morphologiquement explicites des vecteurs de symboles concernés.

De cette manière de déterminer l'objet *esprit* sur lequel devait travailler la science cognitive, a résulté au cours de cette phase une prééminence théorique naturelle de la discipline logique, et des mathématiques discrètes en général. Les sciences cognitives, en raison de la nature ainsi profilée *a priori* de leur objet, ne semblaient pas devoir être envahies par la modélisation continue qui avait cours dans la physique mathématique en général.

La contre-proposition dynamiciste a profondément changé la donne à cet égard. Au centre de celle-ci, apparemment, une tout autre détermination *a priori* du mental : celui-ci est désormais conçu comme système dynamique s'orientant vers des destins de stabilisation, dépendant de son régime dynamique propre bien sûr, mais aussi de paramètres exprimant l'intervention du monde extérieur, identifiés, comme en physique, par des données continues. Le schème théorique majeur issu de cette approche est celui de la modélisation par attracteurs[2] : l'aspect significatif et signifiant de la dynamique mentale consiste dans l'arrivée, en un temps ultra-rapide, de celle-ci en un attracteur de l'espace global de tous les états possibles. Dans la vue originaire de Thom-Zeeman, l'attracteur exprime, par sa position et sa topologie, le « contenu idéel » corrélatif de la stabilisation.

La montée en puissance de ce paradigme dynamiciste a été historiquement associée à son « imputation » à la structure cérébrale : le lieu ou le support de la dynamique mentale est supposé être le système des neurones, avec leurs liens synaptiques. C'est cette « localisation » neurophysiologique de la modélisation par attracteurs qui a défini le courant connexionniste ou néo-connexionniste, par le travail politique duquel l'approche dynamiciste est venue ou revenue au goût du jour. L'idée dynamiciste, pourtant, peut être

---

[2] Même si les choses sont au fond plus compliquées : on peut envisager des attracteurs dans un cadre discret d'un côté, une investigation continuiste et dynamique peut parfaitement ne pas avoir recours à la notion d'attracteur de l'autre côté.

soutenue indépendamment de cette adhésion forte à la figure de l'esprit-cerveau : on dira que les dynamiques constitutives de l'œuvre cognitive sont des dynamiques situées dans un environnement, à la faveur desquelles un organisme se distingue d'un monde et noue avec celui-ci des formes provisoirement stabilisées mais mobiles de lien. Les dynamiques prises en compte sont « externalisées » (plutôt qu'enfermées dans le cerveau) et considérées autant du point de vue de leur déstabilisation que de leur stabilisation. Cette seconde version de l'idée dynamiciste correspond en substance à l'orientation constructiviste (souvent représentée dans le débat par le nom de Francisco Varela). Sans doute faudrait-il, pour en caractériser l'approche, ajouter quelques éléments (l'anti-représentationnalisme et la perspective d'une culturalisation des sciences cognitives, par exemple).

Retenons ce qui nous frappe et nous importe du point de vue du rôle joué ici par les mathématiques. L'alternative entre les deux paradigmes ne se présente pas, ou en tout cas pas seulement, comme alternative entre des *a priori* suivant lesquels modéliser le mental et l'activité mentale, ou la cognition en général. En raison de l'orientation empiriste qui domine tout ce débat, elle est envisagée comme un débat sur une question de fait, qui devrait être susceptible d'être tranchée de manière expérimentale à la limite. La question est de savoir si l'esprit-cerveau *est* ou *n'est pas* une implémentation de machine informatique abstraite *vs.* une interconnexion dynamique d'activations neurales. C'est évidemment pour cette raison que la référence des modèles connexionnistes aux neurones et aux liens synaptiques est essentielle : elle plausibilise profondément la modélisation par attracteurs, même si, dans les propositions techniques mises en avant au moins à l'origine par le courant, cet ancrage biologique reste assez mythique, rien n'étant fait pour que les conditions d'évolution des « réseaux » mis en avant correspondent à ce que nous savons du fonctionnement cérébral (Smolensky, on s'en souvient, avouait d'emblée ce point en présentant les réseaux du connexionnisme comme des idéalisations intermédiaires entre la vie spirituelle telle que nous la vivons et cette vie telle que le cerveau l'agit[3]). Du côté de la modélisation classique, computationnaliste et symbolique, on prétend aussi avoir les faits en sa faveur, dès lors qu'on tient pour incontestable que l'activité spirituelle, en fin de compte, se présente comme un commerce informationnel, c'est-à-dire un échange de représentations passant par leur affichage symbolique[4]. L'empiricité invoquée n'est pas la même, elle est celle de l'expérience incontournable – à la première personne du pluriel – de l'humanité : tout se passe comme si le paradigme symbolique se réclamait d'une sorte de « constat » phénoménologique indépassable émanant du « nous » de la rationalité.

---

[3] Cf. son concept du *sub-symbolique* dans l'article célèbre : Smolensky, P., 1988, « On the proper treatment of connectionism », *The Behavioral and Brain Sciences*, 11, p.1-23.

[4] Cf. Pylyshyn, Z., 1984, *Computation and cognition*, Cambridge, Masschussets, London, England : MIT Press., p. xi-xii ; et Andler, D., in Andler, D., Fagot-Largeault, A. & Saint-Sernin, B., 2002, *Philosophie des sciences I*, Paris, Gallimard, p. 290.

A ce niveau de la discussion, ce qu'on peut et doit dire, comme philosophe de la connaissance, est que le débat interne aux sciences cognitives revient sur un nœud problématique qui a divisé historiquement l'épistémologie standard, j'entends par là l'épistémologie des sciences physiques. La situation, côté physique, est pourtant, en apparence, sensiblement différente, parce qu'une physique « symbolique » ou « computationnaliste » n'existe pas : la physique s'est historiquement réalisée comme une physique mathématique dominée par le recours à des référentiels continus. Toute la physique mathématique représente les aventures de la matière sur fond d'espaces de repérage toujours « construits » sur **R**, qu'il s'agisse du $\mathbf{R}^3$ euclidien, des variétés différentiables de la physique relativiste, ou des espaces de Hilbert de la mécanique quantique[5]. Seulement le débat épistémologique porte sur la question de savoir s'il faut interpréter de manière réaliste ces choix de référentiels. Kant a inventé à la fin du dix-huitième siècle la notion d'*a priori* en quelque sorte à partir de l'idée que le choix de ces référentiels n'était pas empirique, ne pouvait pas être fondé en rapport avec les données sensibles. On ne « trouve » pas les structures de l'espace-temps dans nos expériences, argumentait-il, au contraire il faut « toujours » que ces structures soient présupposées pour que des données d'expérience puissent être recueillies et utilisées comme confirmations ou infirmations des théories. À quoi l'épistémologie empiriste rétorque que, de fait, les structures mathématiques adoptées comme référentiel pour la pensée physique des aventures de la matière apparaissent comme historiquement variables (notre énumération ci-dessus en témoigne). Par conséquent, la détermination de « ce dans quoi baigne la matière » ferait partie de la « réalité », de l'effectivité ontologique dont on espère le dévoilement par l'investigation empirique de la science. Si l'on suit cette veine « réaliste », il faudrait donc dire que les modèles continus de la physique reflètent simplement une ontologie continuiste : pour la physique, soit pour la science reine dont les avis sur le réel prévalent vis-à-vis de ceux de toute autre, le réel serait déterminé comme continu en son essence, tout ce qui est serait à envisager au sein d'une étoffe continue de l'être, en quelque sorte.

Un tel réalisme, pourtant, rencontre des difficultés considérables avec sa branche de pointe, la théorie physique la plus audacieuse et apparemment la plus triomphante qu'est la théorie quantique. En effet, celle-ci passe pour enseigner, au plan ontologique, la non-localité et la non-substantialité de la matière d'une part, la fragmentation intrinsèque du fait ou de l'événement matériel en grains ou briques particulaires d'autre part. L'adjectif « quantique » exprime à l'origine cette idée de réduction du domaine de variation de la matière à des possibilités discrètes. Le cas des niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène, à la suite d'un succès épistémo-publicitaire fabuleux, en est venu dans l'esprit de la plupart à exprimer le message ontologique fondamental de la théorie quantique. Si l'on devait croire cette conception de la vérité quantique,

[5] L'intervention de la variable complexe ne change évidemment rien à l'affaire, **C** étant lui-même construit sur **R**.

il faudrait donc, tout de même et pour une fois, découpler le continuisme méthodologique de la physique de l'image ontologique : nous aurions affaire à une théorie qui part de référentiels continus et qui « arrive » à une image discrète. Un opérateur auto-adjoint ne peut avoir que des valeurs propres réelles, ce qui semble ouvrir *a priori*, pour tout observable, un domaine continu. Mais des conditions aux limites sur les solutions de l'équation de Schrödinger, par exemple, peuvent ramener ce possible de première instance à un « réellement possible » discret de seconde instance, qui serait la « vraie » détermination ontologique. Il semblerait donc que l'interprétation kantienne, qui situe l'option pour le référentiel mathématico-structural en deçà de la thèse ontologique – même si elle est appelée à y contribuer – ait encore de beaux jours devant elle, ou, à tout le moins, ait été écartée un peu vite dans la discussion commune.

Je ne raconte pas ce dilemme dans la croyance déraisonnable que tel serait le fin mot d'une bonne épistémologie de la mécanique quantique. Si insuffisant que soit mon savoir dans cette matière, il ne m'échappe pas que le problème est infiniment plus compliqué. On peut douter fortement que l'enseignement sur le réel de la physique quantique (en incluant, cette fois, les développements contemporains, comme l'électrodynamique quantique ou la théorie des cordes) soit résumable comme une doctrine de l'être discret. La fonction que jouent, dans les montages mathématiques fondamentaux, la notion de champ, celle de représentation (de groupe ou d'algèbre), voire, si j'en crois les commentateurs mieux avertis que moi, les espaces de lacets ou le concept de fibration, fonction qui peut être surlignée dans le registre ontologique à chaque fois, donne à penser que l'alternative « continuiste » reste puissamment plausible, même s'il s'agit sans doute, dans les nouvelles circonstances théoriques, d'un continuisme du virtuel et de la présence trouée plutôt que d'un continuisme de la plénitude effective comme on pouvait le concevoir à l'âge d'or de la physique classique. Enfin, même au niveau de la mécanique quantique élémentaire, il y a aussi des opérateurs de spectre continu. Finalement, et comme le suggérait déjà mon évocation un peu mystérieuse du virtuel et des trous de présence, toute estimation du portrait de l'être offert par la raison quantique doit être relativisée à la modalité extrêmement particulière de la thèse de l'être qui est celle de la mécanique quantique (et nous retrouvons ici les débats classiques sur le non-déterminisme ou la non-substantialité).

Le point qui m'importait était de montrer rapidement que le statut du continu des référentiels fondamentaux dans la physique mathématique restait « problématique », non pas au sens où un doute scientifique s'y attachait, mais au sens où il demeurait difficile de se faire un avis simple et dogmatique sur la signification ontologique de ce continu. La difficulté renvoyant d'ailleurs, bien évidemment, à la question de l'espace dans la même physique : l'affirmation d'un espace doué de telle ou telle structure fait-elle partie de la thèse ontologique de la physique ?

Si, en ayant à l'esprit nos perplexités sur les sciences cognitives, nous persistons un tout petit peu à interroger le cas de la physique, nous pouvons aussi revenir sur ce qui était asserté à l'instant, à savoir que nous n'avons pas de tradition d'une physique discrète ou computationnelle qui serait le pendant du fonctionnalisme turingien des sciences cognitives. Une telle assertion, elle-même, est-elle absolument incontestable, ne soulève-t-elle aucun problème ?

On pourrait rétorquer que, de fait, le but des théories physiques est de fournir des prédictions dans les applications, et que ces prédictions passent par les calculs que permettent les théories (calcul des paramètres de l'effet à partir de ceux qui caractérisent les conditions initiales). Chaque fois que nous avons une théorie physique continue, lorsque nous l'employons pour prédire, nous faisons un calcul, aujourd'hui confié à des machines, à partir de données que nous fournissons en entrée à l'ordinateur et en laissant celui-ci simuler la formule continue indiquée par la théorie. La donnée sera entrée sous la forme de nombres décimaux de troncature décimale finie. Si l'opération à effectuer sur ces données met en jeu un concept de l'analyse continue, comme le calcul d'une intégrale, la détermination d'une limite ou quoi que ce soit de ce type, la machine accomplira en fait un « calcul » au sens turingien, dont on sait *a priori* qu'il trahit suffisamment peu la formule continue. En d'autres termes, tous les calculs garants de prédictions auxquels donne lieu notre physique mathématique sont, en dernière analyse, des calculs au sens de la théorie computationnelle. Une telle remarque suffit-elle à révéler une physique discrète et computationnelle « sous » la physique continuiste officielle ?

J'imagine qu'il est possible de répondre que les évocations d'objets continus et les équations portant sur de tels objets que mettent en scène les théories « unifient » toutes les approximations discrètes, celles qui portent sur les données ou celles qui portent sur les algorithmes. Que nous serions dans l'incapacité de spécifier les tâches computationnelles de la prédiction directement dans l'élément fini-discret, que cela donnerait lieu à une complexité sans nom. Je ne sais pas si cette impossibilité de fonctionner directement dans un schéma computationnel fini a jamais été démontrée de façon convaincante ou peut l'être. Mais si l'on accordait un tel point, il n'en reste pas moins que le caractère continu de la « pensée physique » apparaît à l'aune d'une telle discussion comme un élément heuristique surtout motivé par notre confort, confort imaginaire ou confort de simplicité et d'unité (les trois étant profondément liés). La proposition alternative du « continu-discret » par des mathématiciens comme Reeb, Nelson et Harthong s'argumentait à ce niveau[6] : s'il est acquis que notre pensée scientifique a besoin d'une idéalisation au-delà du fini computationnel, pourquoi ne pas rechercher une idéalisation moins violente, plus proche de l'idéalisé, mobilisant une intuition tout aussi attestée mais plus homogène au finitaire discret et à ses régimes de traitement ? La construction du continu à partir d'un entier infiniment grand et d'une vision de la droite entière « de très loin », en termes d'une échelle dont l'unité est infiniment grande, était présentée comme répondant à de telles exigences.

[6] Cf. Salanskis, J.-M., 1999, *Le constructivisme non standard*, Lille, Presses Universitaires du Septentrion, p. 133-182 : dans ce chapitre, la bibliographie du sujet se laisse retrouver.

Un autre aspect de la même discussion concerne les « niveaux » du continu classique. On peut, grossièrement, distinguer entre des emplois « modérés » du continu de Cantor-Dedekind, et des emplois plus intenses où la théorie de la mesure et l'axiome du choix entrent en ligne de compte. La différence, en substance, tient au degré auquel, dans les mathématiques en cause, la « logique des sous-ensembles de **R** » est mobilisée. La question se pose alors de savoir jusqu'à quel point la théorie physique emploie des aspects « radicaux » du continu ensembliste. La réponse sera, je suppose, variable selon les couches théoriques. Une justification des intégrales de chemin de Feynman engage déjà, selon toute apparence, une sophistication ensembliste incompressible (mais il reste que Feynman, lui, n'en avait pas besoin, exposait la chose « à sa main »). Mais qu'en est-il au niveau des formulations de base (antérieures à l'approche lagrangiano-hamiltonienne) de la mécanique newtonienne ?

De manière plus élémentaire, mais déjà fortement significative à mes yeux, j'aimerais savoir si la physique mathématique « se sert » vraiment – et, dans l'affirmative, en quel sens – des propriétés « typiquement » mathématiciennes de **R** que sont la trans-dénombrabilité et la complétion.

Je peux au moins évoquer un cas archi-simple qui, à mes yeux, signale le problème. Pourrions-nous envisager que, dans l'expression d'une loi physique, figure la fonction de Dirichlet, celle qui vaut 1 sur les rationnels et 0 sur les irrationnels ? Il me semble que cela serait incompatible avec la « posture expérimentale finie » de la physique : il faudrait accepter que l'effet physique dépende de la connaissance ultime de l'infinité des décimales de la valeur d'un paramètre, connaissance qui n'est jamais disponible. Une telle équation serait donc inutilisable, elle équivaudrait à la présentation du phénomène comme hasardeux. La fonction de Dirichlet pourrait seulement intervenir dans une « partie spéculative » de la physique, et pas comme voie du contrôle du réel[7].

Mais on peut encore remarquer, enchaînant sur cet exemple, que le raisonnement que nous venons de suivre nous situe tout prêt du raisonnement de Brouwer sur les fonctions définies sur un segment du continu : en fonction

[7] Un relecteur de cet article soulève, en réaction à ce passage, le cas de la fonction de Dirac. Il est difficile de dire quelle mathématique du continu l'usage de cette fonction par les physiciens mobilise, dans la mesure où, précisément, le statut mathématique de la fonction de Dirac n'est pas éclairci par son usage physique. Le problème mathématique posé par cette fonction n'est pas celui de la calculabilité (même simplement approchée) de ses valeurs à partir de données approximatives finies, mais celui de son existence comme objet au sein de l'univers ensembliste. Cela dit, pour ce que je comprends – à partir d'un savoir déficient – la fonction de Dirac intervient dans le discours quantique pour unifier la présentation mathématique des choses : faire apparaître un opérateur récalcitrant comme provenant d'une fonction pour commencer. Le seul lien que je vois entre cette fonction δ et la structure du continu est celui que manifeste une interprétation non standard de celle-ci (autre que celle en termes de « distributions » due à Schwartz) : dans une telle approche, la fonction de Dirac ne joue pas sur les éléments idéaux profonds du modèle de Cantor-Dedekind, mais renvoie plutôt à la vision du continu en termes de synthèse hétérogène d'une pluralité d'échelles, que l'on peut associer philosophiquement au nom de Veronese (cf. Peiffer Reuter, R., 1989, « L'infini relatif chez Veronese et Natorp. Un chapitre de la préhistoire de l'analyse non standard », in *La Mathématique non standard*, Barreau H. et Harthong J. éd., Paris, Éditions du CNRS, p. 117-142. ; et Peiffer Reuter, R., 1992, « Le fond lisse et la figure fractale : l'Idée du Continu chez Natorp et Veronese », in *Le Labyrinthe du Continu*, Salanskis, J.-M., et Sinaceur, H., éd., Paris, Springer France, p. 96-103.).

d'un argument transcendantal réfléchissant sur ce que nous appelons fonction, et requérant que chaque image soit déterminable à partir d'une troncature finie du réel concerné, il conclut, en passant par le théorème de l'éventail, qu'une fonction est nécessairement uniformément continue[8].

En d'autres termes, en interrogeant le rapport de la physique mathématique avec ce que la mathématique pense de plus spécifique sur le continu – dans le contexte ensembliste contemporain – nous en venons naturellement à rencontrer le débat interne à la mathématique sur le statut du continu.

2. LE CONTINU COMME SIGNIFIÉ DE LA MATHÉMATIQUE

Comment, en effet, se demander si les sciences cognitives sont en droit de limiter leurs modélisations à l'horizon du computationnel et du logique, ou si elles doivent en appeler au continu, et ce que signifie la connivence traditionnelle de la physique avec le continu, sans remonter à la question du statut du continu dans et pour la discipline qui le définit et semble pouvoir en revendiquer la propriété, à savoir la mathématique ?

De ce point de vue, ce qu'il me semble nécessaire de dire est d'abord que, dans les conditions que nous avons héritées du vingtième siècle, le continu apparaît comme un *dehors* que la mathématique pense depuis un *dedans*, du moins tant qu'il s'agit de l'ordre fondationnel des choses[9].

La discussion fondationnelle engagée à la fin du dix-neuvième siècle et qui a fait rage en quelque sorte dans la première moitié du vingtième siècle a dégagé, en effet, une nouvelle vision de la pratique et de l'objectivité mathématiques, dont je dirais qu'elle est essentiellement stable depuis, en dépit des fluctuations de mode ou d'idéologie que l'on pourrait encore s'employer à décrire.

Selon cette vision, il y a, d'abord, une strate foncièrement inaliénable, sans laquelle rien de ce qui est logique ou mathématique n'est possible, et qui est, en substance, la strate de la procédure formelle ou de l'objectivité constructive. Ce qu'on appelle ici *procédure formelle* est ce qui peut se communiquer sans ambiguïté à quiconque comme acte portant sur des marques symboliques et obéissant à une motivation morphologique systématique. Ce qu'on appelle ici *objectivité constructive* est l'objectivité de ces entités qui se laissent fabriquer suivant des clauses prédéfinies à partir d'une donnée d'entités primitives : ces entités dont chacune est un assemblage symbolique, dont la conformité aux règles posées à l'avance se laisse manifester par un arbre de construction. Les objets constructifs sont donc les fruits de la procédure formelle. La procédure formelle ne saurait se spécifier autrement qu'à l'égard d'objets constructifs. Ce qu'on appelle *langage formel*, dans l'élément de quoi se développera la science d'objets mathématiques putatifs, doit être considéré déjà comme déploiement d'objets constructifs (termes, formules ou preuves) selon des procédures for-

---

[8] Cf Heyting, A., 1971, *Intuitionism, an introduction*, Amsterdam, North-Holland, p. 42-47.

[9] Je reprends à dessein une manière de dire et de penser qui est celle de Pierre Zaoui dans sa thèse : *Espace et expérience*, thèse de doctorat de l'Université Paris Ouest Nanterre La Défense, 2000.

melles. Que l'on travaille dans le domaine du lambda-calcul, de la théorie des catégories, ou d'une théorie des ensembles faisant intervenir des axiomes de grands cardinaux, cette strate est toujours mobilisée, au moins dans les conditions déontologiques contemporaines. À cette strate « minimale » et « originaire » de la mathématique s'associe une famille traditionnelle d'entités mathématiques : celle des nombres entiers naturels. Les nombres entiers naturels appartiennent en effet nativement à cette strate. On peut reconstruire un squelette de l'arithmétique historique qui est celui de l'arithmétique constructive : d'une arithmétique envisageant simplement son objet comme un cas particulier d'objet constructif, et connaissant cet objet en tant que tel, au moyen de procédés et de raisonnements constructifs. Ce cas de l'objectivité constructive est d'ailleurs faussement particulier, parce qu'on se convainc facilement que tout « assemblage » symbolique au sens qui vient d'être généralement évoqué se laisse « coder » au moyen de nombres entiers. Une raison fondamentale de cette universalité du cadre arithmétique est évidemment la condition de finitude, sur laquelle nous n'avons pas encore insisté. Si l'on veut que les procédures et les objets de la strate primitive restent intersubjectivement incontestables et transparents, il faut spécifier que le matériel symbolique, les manipulations licites et les élaborations d'objets constructifs restent « pris » dans un horizon fini. Un objet dont la construction comporterait une infinité d'étapes ne serait pas réellement inter-appréhendé comme objet constructif inaliénable, une règle de fabrication qui agencerait une entité à partir d'une famille infinie d'entités selon un geste d'assemblage infinitaire ne pourrait pas faire partie d'un « consensus » technique symbolique originaire. Cette sorte d'infinité potentielle peut être supposée dominée au pôle objet – à travers le raisonnement par récurrence ou la vision récursive – mais elle ne peut pas être admise sans problème au niveau de ce qui est pris comme le ciment fondationnel de la théorie. On peut raisonner inductivement sur tous les entiers en continuité avec la vue constructive, mais pas appréhender **N** comme une construction au même titre qu'un entier fini.

En tout état de cause, le continu, par rapport à cette strate primitive de la mathématique inaliénable, apparaît comme un *dehors* : comme quelque chose que la mathématique parvient seulement à *signifier* avec les ressources qui sont les siennes. Tout se passe comme s'il y avait une « question du continu » tourmentant les mathématiciens depuis les origines, et comme si les mathématiciens s'étaient toujours efforcés, depuis les Grecs, de dire cette « chose » qui les soucie et les attire dans des termes qui soient les leurs, qui rapportent en quelque sorte cette « chose » à la région d'objets, de discours et de pratiques qui est nativement celle de la mathématique. Région qui s'identifie aujourd'hui comme celle de la strate primitive de l'arithmético-logique constructif. Le continu est depuis les Grecs à la fois au-delà de notre faculté de maîtrise conceptuelle, et familier, déjà deviné dans son étoffe authentique avant que nous sachions dire et théoriser. Dans les termes de mon ouvrage[10] de 1991, je l'appelle un « tenant-de-question » : quelque chose qui n'est pas à proprement parler un objet stable et bien identifié avant la pensée, mais une intuition à élucider, le thème d'une question qui nous concerne. Au fil des siècles, une longue réflexion, à la suite de la percée aristotélicienne, confirme l'idée que le continu n'est pas un agrégat, qu'il n'est pas compositionnel, qu'en lui le multiple s'agglutine d'une manière exceptionnelle en somme. Apparemment contre cette vision fondamentale, avec Bolzano puis Cantor, le pas est franchi et le continu se trouve promu au rang d'ensemble. Mais à vrai dire, il n'est pas ensemble purement et simplement, mais plutôt *structure* : ensemble muni d'accessoires qui déterminent un « drame relationnel » sur l'ensemble, faisant partie de l'identité conquise du continu (une relation d'ordre, des opérations internes, une topologie …). Ce passage à la vision du continu comme structure est éminemment lié au dégagement de la « seconde » strate de la mathématique contemporaine, celle de l'*objectivité corrélative*, ainsi que j'ai pris l'habitude de la nommer[11]. On n'envisage pas seulement des objets pour les étudier, dans la mathématique actuelle, en tant qu'objets formés dans l'élément de la strate primitive, assemblés symboliquement ou construits : on joue aussi un autre jeu, qui est celui de viser une multiplicité d'objets comme satisfaisant un schéma logique consigné dans une stipulation axiomatique. C'est ce second jeu qui est joué lorsque le mathématicien, aujourd'hui, introduit un univers des ensembles, multiplicité satisfaisant les axiomes de ZFC, au sein duquel l'investigation et le travail mathématiciens auront lieu. La structure classique et de référence **R** est alors « produite » au sein de cet univers des ensembles qui n'est pas construit mais visé *a priori* (même si, en son sein, toute objectivité constructive se laisse reconnaître). Le continu est donc signifié comme structure par la mathématique dans le contexte de la démarche fondamentale de « l'intentionnalité corrélative », celle de la visée de mondes en termes de leur schéma logique. C'est en ce sens si l'on veut technique qu'il est un « dehors ». Dehors très relatif, dans la mesure où tous les thèmes de la mathématique contemporaine sont déclinés dans le même contexte de l'objectivité corrélative : à vrai dire, celle-ci tend à reconnaître les structures comme ce dont elle s'occupe de manière privilégiée. En tant qu'elles sont susceptibles d'être infinitaires en général (à moins que l'intérêt du mathématicien ne se focalise expressément sur les réalisations finies), ces structures portent cependant la marque du « dehors » en un sens fort, elles sont toutes exposées à nous échapper. Mais la pratique classificatoire, caractérisante, la mise en relief des sous-structures et des articulations inter-structurales, la compréhension analogique des cas infinis à partir des schèmes et squelettes finis, permettent de relier de manière riche et profonde, en fin de compte, le « dehors » avec le dedans. Au sein des parcours

---

[10] Cf. Salanskis, J.-M., 1991, *L'herméneutique formelle*, Paris, Editions du CNRS.

[11] Cf. Salanskis, J.-M., 1999, *Le constructivisme non standard*, Lille, Presses Universitaires du Septentrion~~, et~~ ; Salanskis, J.-M., 1995, « Platonisme et philosophie des mathématiques », in *L'objectivité mathématique - Platonismes et structures formelles*, M. Panza et J.-M. Salanskis (Ed.), Paris, Dunod-Masson, p. 179-212 ; Salanskis, J.-M., 2008, *Philosophie des mathématiques*, Paris, Vrin.

descriptifs et déterminants de la mathématique « corrélative », le dedans ne cesse de reparaître et d'aider à l'appréhension du dehors, et pas seulement au sens méthodologique où toutes les preuves de la théorie des ensembles sont des constructions.

Le continu de Conway correspond au projet de signifier le continu dans le cadre de la théorie des ensembles, mais pas comme ensemble : le continu est donc dehors « au carré » pour ainsi dire, au sens où il excède le format de référence des objets du « dehors » général de l'univers des ensembles. Cela signifie encore qu'il est à la fois compositionnel et non-compositionnel : compositionnel au sens où chacun des ses éléments est individué (comme application d'un ordinal vers {–, +} par exemple), mais non compositionnel au sens où il ne tient dans aucun ensemble, en telle sorte que la « division interne » qui le caractérise excède toute échelle assignable *a priori* dans le contexte de la théorie des ensembles.

Le continu de Harthong-Reeb joue sur une double admission du dehors : 1) l'une, simplement méthodologique, consiste dans le fait d'accepter de se placer dans une théorie formelle, fût-ce celle de l'arithmétique de Peano ; un tel geste suffit à ce que l'horizon infinitaire des nombres entiers soit dévisagé comme objectivité corrélative ; 2) l'autre, spécifique de la production théorique du continu considérée, consiste à faire entrer par stipulation axiomatique au moins un entier infiniment grand dans le discours ; un tel objet incarne dans le domaine de corrélation qui a été ouvert, comme objet ordinaire de ce domaine, le « dehors » en tant qu'au-delà de tout accomplissement-égrénement constructif. De telles données, soutenues par un certain degré de « logique » de la distinction standard / non standard, permettent la fabrication du continu soit comme ensemble de classes de proximité d'entiers, une unité infiniment grande ayant été adoptée, soit comme ensemble formellement fini de fractions[12]. Dans tous les cas, le système mis en avant a beau être discret et même fini (formellement), l'effet de dehors qui autorise la perfectibilité indéfinie des approximations est obtenu.

Le continu de Brouwer correspond par principe à l'effort le plus systématique pour en rester au *dedans* : la « mathématique intuitionniste » serait par essence une mathématique du dedans, résolue à ne pas excéder le dedans. Sauf que le concept du dedans s'auto-différencie de manière spontanée, le constructif strictement finitaire s'opposant alors à un « constructif infinitaire » acceptant largement et sans restriction le raisonnement par récurrence : dans la mesure où nos arguments estiment recouvrir des constructions dès le moment où le schème de leur réalisation nous est clair, et ce au-delà du cas où ce schème est purement et simplement celui d'une procédure explicite, il semble bien que notre intuition récursive se mette en rapport, déjà, avec un dehors qui

---

[12] Cf. Harthong, J., 1983, « Eléments pour une théorie du continu » in *Astérisque*, 109-110, p.235-244 ; Harthong J., 1989, « Une théorie du continu », in *La mathématique non standard*, Barreau, H., & Harthong, J., éditeurs, Paris, Editions du CNRS, p. 307-329 ; Harthong, J., 1987, « Le continu et l'ordinateur », in *L'ouvert*, 46, p. 13-27.

serait, en substance, celui de la potentialité confuse. En tout cas, pour élaborer son « modèle du continu », Brouwer systématise l'idée d'un tel potentiel en introduisant la notion de « suite sans loi », « suite se poursuivant indéfiniment » non donnée par un algorithme. Le déploiement de la multiplicité de telles suites est ce qui, chez lui, offre un continu : ce continu est bien « aperçu » en ce sens au-delà des pouvoirs de construction qui identifient notre dedans. Brouwer parvient à ne pas envisager son continu comme ensemble – qui s'incorporerait à la faune des objets mathématiques ordinaires – en faisant usage de la notion de *species*, soit de « pure verbalisation conceptuelle de collection », apparentée en un sens à ce qu'on appelle collection ou classe en théorie formelle des ensembles[13] (sauf le contexte formel)[14]. Ce montage du continu joue donc de manière savante sur une certaine admission du dehors, qui ne se produit seulement pas selon les mêmes formes méthodologiques.

Mais maintenant, tout ce qui a été dit jusqu'ici doit être à certains égards relativisé, voire renversé : la mise en perspective selon le dehors et le dedans qui précède n'est pas forcément acceptée comme telle par « l'esprit mathématicien ». Elle a le défaut, en effet, de s'inspirer essentiellement de la question fondationnelle : le dedans, c'est la strate objective, discursive et rationnelle dont je suis le mieux assuré, au sens où je ne peux même pas concevoir une mathématique qui l'esquive. Le dedans est donc privilégié dans une perspective de justification : à vrai dire comme un motif transcendantal (ce sans quoi je ne reconnaîtrais plus mon « lieu » comme mathématique). Or l'esprit mathématicien abrite (aussi) un profond refus du sentiment transcendantal et fondationnel (bien que ce dernier ce soit toujours réclamé de lui, autorisé de lui). Des mathématiciens récusent la prétention de certains segments de travail mathématique à valoir comme la clef directrice et possibilisante de tous les autres. Ils affirment plutôt qu'une spécificité des mathématiques réside dans ceci que chaque développement mathématique est aussi exact que chaque autre, à quelque niveau du tissage de la toile qu'il se situe. Le fondant et le fondé ne cessent d'échanger leurs rôles dans l'aire mathématique, c'est aussi un aspect constant de l'expérience théorique de la mathématique.

De là découle, par exemple, une relation au continu de Cantor-Dedekind qui ne le prend pas comme dehors « signifié » à partir du dedans, mais comme le vrai dedans, comme possession plus intime et plus propre que n'importe quel chemin d'élaboration formelle. René Thom a exprimé une vision de cet ordre lorsqu'il a parlé d'*antériorité ontologique du continu sur le discret* : l'expression visait à renverser l'illusion de l'antériorité méthodologique du discret sur le continu, sans la réfuter frontalement. On pourrait, je crois, reconstruire la pensée sous-jacente comme suit : « Peut-être en effet, dans une reconstruction justificationniste, ne pouvons-nous éviter de partir du discret et du fini comme dedans. Mais le continu vaut pour nous autrement, comme élé-

---

[13] Cf. Krivine, J.-L., 1969, *Théorie axiomatique des ensembles*, Paris, PUF, p. 9-10.

[14] Pour la présentation brouwerienne du continu, cf. Heyting, A., 1971, *Intuitionism, an introduction*, Amsterdam, North-Holland, p. 16-50.

ment métaphysique ou ontologique directement “vécu” et pensé ». Une autre image de la pensée est ici implicite : la pensée est directement « incluse » en quelque sorte dans une réalité supérieure qui la provoque. De ce point de vue, le continu peut apparaître comme primitivement le lieu de la pensée et la forme de l’être, de tout être dynamique au sein duquel enregistrer des genèses en tout cas. Dès lors, c’est le discret qui est second et qui survient au sein de l’objectivité mathématique elle-même comme résultat de genèse : tel est bien le point de vue de Thom, et ce qu’il expose en fin de compte[15].

Vis-à-vis de l’alternative que nous venons d’exhiber, je classerai les récentes recherches de Woodin de manière intermédiaire. On le sait, les travaux de haute technicité, mettant en jeu une machinerie profonde et impressionnante de Woodin l’ont amené à ce qu’il semble envisager lui-même comme une « décision de l’hypothèse du continu ». Est-ce à dire que l’impossibilité établie par Cohen à la suite de Gödel serait démentie ? Non, bien entendu. Woodin estime seulement avoir « presque » prouvé (selon mes informations à l’heure où j’écris) que dans tout « bon » univers des ensembles, l’hypothèse du continu était fausse.

C’est clair que par un côté, sa démarche prend le continu comme une sorte de fait fondamental et premier. Ce n’est pas seulement qu’il concentre son effort sur le problème de son cardinal, prenant pour acquis que l’identification de Cantor-Dedekind du continu comme structure est la bonne. C’est aussi qu’il envisage cette cardinalité du continu comme quelque chose d’« à déterminer », comme quelque chose qui doit posséder une mesure objective, en dépit du savoir métamathématique acquis (semblant suggérer tout au contraire que cette cardinalité est « ce qu’on voudra »). Cette attitude « maintenant » le continu dans une déterminité objective au-delà de ce que paraissent enseigner les développements de la théorie des ensembles et de la méta-mathématique s’affilie à l’évidence à la posture « thomienne » évoquée à l’instant : celle qui fait du continu un primitif de la pensée, la pratique et l’objectivité mathématiques.

Mais d’un autre côté, si l’on regarde – même de loin et sans information suffisante comme c’est notre cas – le chemin d’investigation et de déduction qui est celui de Woodin, on voit qu’il répond exactement au « programme » que Gödel formulait prémonitoirement, affirmant que, pour décider l’hypothèse du continu, il serait nécessaire de repenser profondément les concepts qui sont à la base de la théorie des ensembles, afin d’en dégager des notions et axiomes ayant la force de trancher la question[16]. Il suggérait, en quel-

---

[15] Cf. Thom, R., 1992, « L'Antériorité ontologique du continu sur le discret », in *Le Labyrinthe du Continu*, Salanskis J.-M. & Sinaceur H. Éd., Paris, Springer-France, p. 137-143.

[16] Cf. Gödel, K., 1947, What is Cantor's continuum problem ?, in *Philosophy of mathematics*, Benacerraf P. & Putnam H. eds, Cambridge, Cambridge University Press, 1964, p. 470-485. Trad. Française in *Intuitionnisme et théorie de la démonstration*, Largeault Éd., Paris, Vrin, 1992, 509-531. Le fond des idées de Gödel apparaît encore mieux dans un article célèbre du *Nachlass* : Gödel, K., 1961, « The modern development of the foundations of mathematics in the light of philosophy », in Feferman, S., Dawson J. W., Goldfarb, W, Parsons, C. & Soolovay, R.N. (eds), *Kurt Gödel Collected*

que sorte, une herméneutique du continu, régressant dans l'énigme originaire de *l'ensemble* à partir de la familiarité-dessaisissement à l'égard du continu, en sorte de dégager les concepts amenant à la fois une nouvelle version de la pensée ensembliste et une assignation cardinale du continu. En un sens Woodin ne fait pas autre chose : il s'attache à établir que l'hypothèse du continu est fausse dans toute théorie des ensembles compatible avec les axiomes de grands cardinaux et rendant les propriétés des ensembles de cardinal au plus *aleph-1* invariantes par forcing (comme celles des nombres entiers naturels le sont dans ZFC telle quelle, sans axiome additionnel)[17]. Mais la part de cette exigence qui n'est pas la simple affirmation d'un principe d'ouverture (compatibilité avec l'existence de grands cardinaux) exprime un certain statut de noyau stable (relativement à l'opération du forcing) pour une partie de la faune des ensembles : non pas celle qui est supposée incarner l'objectivité constructive, mais celle qui rassemble les objets de l'analyse rattachés le plus immédiatement à cette couche constructive. En bref, c'est notamment par la reconnaissabilité théorique en eux d'un tenant lieu de ce que nous avons appelé plus haut *dedans* que se caractérisent les « bonnes » théories ; à quoi il faut ajouter, ce qui n'est pas surprenant, une possibilité « suffisante » du « dehors » (les grands cardinaux).

En d'autres termes, la méthode de Woodin traite bien le continu comme un dehors signifié depuis le dedans objectivo-méthodologique de la mathématique : ce qu'il présente et que beaucoup reçoivent comme une *détermination* du continu en est plus rigoureusement une *interprétation*, dont les tenants et les avantages sont argumentés sans toucher à la « position » épistémologique conjecturale-interprétative qui est foncièrement celle du continu.

Nous avons pris la liberté de nous attarder sur ce débat interne à la mathématique, ou à la mathématique et la logique mathématique, parce qu'il nous semble qu'il aide à décrypter les options et les sentiments qui s'affrontent dans l'arène cognitive. Nous revenons donc maintenant à celle-ci.

3. Retour au débat cognitif

Une première observation établira immédiatement un court-circuit entre ce qui précède et l'entreprise cognitive. Le computationnalisme, évoqué plus haut, correspond à un transfert de la mathématique vers les sciences cognitives de la notion de ce « dedans » que nous avons fait intervenir, transfert qui mérite que l'on souligne sa modalité.

La découverte de la notion de langage formel et de procédure formelle a été intimement liée à deux reformulations fondamentales : celle de la logique traditionnelle comme système formel de la logique des prédicats du premier ordre et celle de la mathématique traditionnelle comme dérivation de théorèmes dans

Works Volume III, Oxford New-York, Oxford University Press, 1995, p. 374-387.

[17] Le travail de Woodin est beaucoup plus complexe que cette brève évocation ne le laisse suggérer, et je ne prétends pas en avoir connaissance et compréhension comme il le faudrait. Je m'appuie sur un exposé oral de J.-P. Delahaye et sur l'article de P. Dehornoy « Au-delà du forcing : la notion de vérité essentielle en théorie des ensembles » (http://www.math.unicaen.fr/~dehornoy/surveys.html).

le cadre de la théorie formelle du premier ordre ZFC. Au gré de ces deux reformulations, toute expression logique valide ou tout énoncé mathématique correctement établi apparaissent comme des formules écrites dans un langage formel et dérivées suivant les clauses d'un « mode d'inférence ». Il en résulte que la pensée logico-mathématique paraît annexée, au moins dans son format officiel ou de référence, à la strate primitive, et se trouve rattachée au comportement qui lui est associé (comportement de la manipulation d'entités constructives obéissant à des lois morphologiquement spécifiées). Le travail d'élaboration du « socle » de la logique mathématique contemporaine, et des fondamentaux du formalisme mathématique, du même mouvement, dégage ainsi l'une des identifications possibles du « dedans » de la discussion de la section précédente.

Or, dans la mesure où les reformulations engagées semblaient ne pas rencontrer d'obstacle, où le programme de la formalisation intégrale de la logique et de la mathématique apparaissait comme réalisable en principe, il est devenu concevable, en se reliant par ailleurs à une spéculation philosophique classique dont Leibniz est le porte-voix le plus considérable, de supposer que l'élément constructif-symbolique et la manipulation formelle définissaient la pensée en général. D'où la thèse selon laquelle le cerveau humain, lorsqu'il produit la pensée, ne fait pas autre chose qu'œuvrer de manière formelle vis-à-vis de données symboliques. Avec un peu de recul épistémologique, ce que nous constatons est que le « dedans » que la pensée logico-mathématique s'est trouvée à la fin du dix-neuvième et au début du vingtième siècle, qu'elle est parvenue à concevoir, définir, identifier pour la première fois dans cette période, a été transféré *a priori* comme la structure fondamentale de la psychologie cognitive. En d'autres termes, les structures formelles qui ont été dégagées comme ce à quoi l'exercice de la mathématique *devait* coller, ce dans quoi il *devait* se couler, pour atteindre sa forme essentielle, sa précision parfaite et revêtir sa pleine capacité de vérité, ont été réinterprétées comme les structures dans et par lesquelles se réalisait *de fait* la pensée. Un tel passage du droit au fait est comme tel indéfendable. Mais il constitue un fait épistémologique d'ordre supérieur indiscutable, fondateur, dans la non-légitimité qui est la sienne, d'un « paradigme », dont la force et l'autorité sont ensuite proportionnelles à la qualité des travaux qu'il a inspiré (notamment à la confirmation empirique des « lois » mises en avant).

Retenons en tout cas que le computationnalisme ne se réclame pas seulement d'une évidence commune, selon laquelle la pensée se réalise comme commerce représentationnel : il s'avance aussi avec l'autorité de l'*a priori*, comme volonté qui veut la pensée naturellement conforme aux cadres qui lui ont été normativement attribués par la logique et les mathématiques. Et ceci constitue une modalité d'articulation de la mathématique avec les sciences cognitives par excellence.

A prendre la mesure d'une telle conjoncture, on est tenté d'y voir la confirmation de ce qui fut, sans doute, la « découverte » essentielle de Kant : que la mathématique est essentiellement transcendantale. C'est-à-dire que, en tant qu'activité intellectuelle s'efforçant de concevoir des structures indépendamment de toute charge d'existence (des configurations de choses qui ne sont pas réputées *être*), elle est forcément la ressource autour de laquelle s'organise toute conception systématique d'une région de l'être, toute science. Celle-ci ne peut jamais faire autre chose, pour s'instituer comme telle, que poser *a priori* la « capturabilité » d'un ordre de faits dans une forme structurale de la mathématique. L'originalité de notre dernier cas est simplement que la forme choisie pour encadrer les faits de cognition est la forme structurale mathématiquement identifiée comme forme de la légitimité mathématique.

De cette observation résulte qu'à mes yeux, le plus intéressant, à propos de l'intervention du continu mathématique dans les affaires cognitives, est de rechercher ses voies transcendantales : de comprendre mieux quelle saisie *a priori* d'un ordre de faits s'exprime dans le recours au continu mathématique au sein des approches cognitives.

Revenant en partie, par force, sur ce qui a été dit dans la première section, je voudrais, dans cet esprit, commenter quelque peu une certaine linguistique, et la bio-physique mobilisée de manière récente en vue d'une science cognitive essentiellement neurophysiologique.

• Continus pour le langage

Traitant du lieu linguistique, je me limiterai à évoquer deux approches, sans prétendre à la moindre complétude sur le sujet, largement hors de ma portée. Celle, désormais classique, développée par Jean Petitot notamment à partir des idées de René Thom, dite approche morphodynamique, et celle récemment mise en avant par Pierre Cadiot et Yves-Marie Visetti, sous le nom de « théorie des formes symboliques ». Même sur chacune de ces approches, je me limiterai à quelques appréciations générales, sans rendre justice à la richesse de ce que mes auteurs ont proposé.

Le noyau de la théorie linguistique proposée par Petitot après Thom consiste dans une vision mathématique de la structuration de la phrase. Celle-ci est conçue comme manifestant une organisation actantielle, qui correspond elle-même à une intrigue dynamique profonde, à laquelle la théorie des catastrophes élémentaires nous donne un accès qualitatif. En d'autres termes, les phrases font en sorte de correspondre aux événements fondamentaux susceptibles d'être attestés de manière stable dans notre environnement, et elles le font en « reprenant » ces événements au plan linguistique, en les traduisant comme aventures arrivant à des acteurs prototypiques, appelés à tenir un rôle grammatical classique (sujet, objet, objet indirect, …). Toute morphologie apparaissant au dehors sur un support est commandée par un tel scénario dynamique. La phrase que nous émettons doit alors être comprise comme la trace dans le système discret de la langue du même événement, du même scénario dynamique tel qu'il se déroule aussi en notre psychologie : une « mimèsis » met en résonance le réel, le langage et l'intériorité mentale. Le modèle de « Thom-Zeeman » rapporte en effet *a priori* la « psychologie du sens » à un système dynamique mental continu (survenant à un hypercube $[0,1]^{\mathbf{N}}$). La capacité de vérité de nos phrases se comprend ainsi par le fait que notre dynamique mentale « épouse », au plan morphologique, les dynamiques externes responsables des formes qui se manifestent à nous. L'analyse des verbes d'états élémentaires, ou des verbes de capture, de don, de transfert, nous convainc que les arborescences casuelles qui structurent ces phrases en sujet-objet ou sujet-objet-datif, par exemple, se laissent lire en termes de catastrophes élémentaires et de certains types de lacets sur leur surface de contrôle, le long desquels les minima du potentiel jouent l'aventure de la capture, du don, du transfert. Dans le cas le plus simple, le sémantisme du verbe *disparaître* est joué par la disparition du minimum local de la cubique du déploiement universel de la singularité x^3. En fin de compte, la conception de Petitot prévoie que l'on étudie de quelle manière la neurophysiologie « réalise » la dynamique psychologique postulée dans le modèle de Thom-Zeeman. La morphodynamique a toutes sortes d'autres applications, à la perception des contours apparents, ou des couleurs sur des surfaces, par exemple[18].

Du point de vue qui est le nôtre, et qui est celui de la motivation du continu mis en jeu, ce qui frappe est que cette motivation paraît résider d'abord dans l'intention naturalisatrice elle-même. Il s'agit de constituer les sciences humaines en sciences de même rang et de même style que les sciences naturelles, et il est postulé que la mobilisation du continu mathématique est en la matière ce qui fait critère. Puisque la physique conçoit les dynamiques en termes du continu mathématique, « naturaliser » une région signifie par définition la rapporter à une telle mathématique. Notamment, la linguistique doit expliquer pourquoi adviennent les formes linguistiques qui sont les nôtres, et pas seulement décrire le système cohérent suivant lequel elles valent tel ou tel sens *pour nous* (linguistique *emic*). Mais expliquer, c'est reconstruire une genèse de manière réaliste, c'est-à-dire encore la présenter au moyen de l'évolution d'un système dynamique. Accessoirement, cette approche fournit aussi une « naturalisation de la vérité » : la vérité de nos énoncés sur le monde se voit expliquée au sens génétique qui vient d'être dit par la correspondance mimétique entre notre drame psychologique, le drame grammatical et le drame morphologique externe.

Il y a, cela dit, une seconde « raison d'être » de ce continu. Elle réside dans une certaine compréhension du sémantisme verbal. En effet, toute cette analyse présuppose que les phrases sont, ou plutôt manifestent le déploiement d'un événement, lui-même essentiellement porté par le verbe. Comme je l'ai soutenu autrefois[19], une telle vision de la phrase peut être confrontée à la conception heideggerienne : lorsque Heidegger plaide que toute la signification linguistique, à commencer par celle de la copule, repose sur un « sens intrinsèque » du verbe être, thème d'enquête pour sa philosophie, il place l'expression linguistique sous la gouverne de l'événementialité en général, dont

[18] Cf. pour tout cela Petitot, J., 1985, *Morphogenèse du sens*, Paris, PUF ; Petitot, J., 1992, *Physique du sens*, Paris, Éditions du CNRS.

[19] Cf. Salanskis, J.-M., 1993, « Différence ontologique et cognition », in *Philosophies et sciences cognitives*, J.-M. Salanskis (éd.), *Intellectica* n° 17, p. 127-171.

l'événementialité de l'être est le prototype. L'intervention du continu se légitime alors par l'idée que l'événement enveloppe *a priori* le continu, au sens où le mot *événement* exprime foncièrement une césure résultant d'un mouvement : soit, exactement, le poindre d'une discontinuité dans un régime ou sur un fond continu. Cette métaphysique de la verbalité et de l'événement rejoint l'optique de naturalisation ci-dessus. Les formes dont la récurrence de l'interne à l'externe fait la vérité sont elles-mêmes liées à des événements de leur apparition ou de leur précipitation : dans les deux cas le continu est pertinent, en tant que substrat de possibles discontinuités. L'ontologie continuiste de la physique n'est pas seulement ce qui seul permet de comprendre la dynamique et les formes, elle serait aussi la clef d'une pensée rigoureuse et scientifique de l'événement.

En revanche, pour autant que je comprenne leurs idées, Jean Petitot et son courant ne mobilisent pas le continu pour rendre compte de la gradualité du sens. L'observation que les langues naturelles nous permettent de moduler les contenus sémantiques, comme sur un axe et avec une finesse non clairement limitée, n'est pas utilisée pour invoquer des dimensions continues par rapport auxquelles devrait seulement être repéré le sens. Une telle perspective – également présente et revendiquée dans les travaux de B. Victorri et C. Fuchs[20], ou dans une certaine mesure impliquée par les analyses de R. Langacker[21] – me semble en revanche incluse dans l'approche sémantique proposée par P. Cadiot et Y.-M. Visetti. Seulement la spécificité du recours au continu dans leur approche ne s'arrête pas là, ni ne se dit optimalement à cet endroit d'ailleurs.

C'est que l'élément le plus frappant, sans doute, dans ce nouveau point de vue, est à vrai dire la conjugaison des deux grands motifs mis en avant depuis les années 80 pour « contrer » le paradigme computationnaliste : le continu et l'herméneutique. D'un côté, et nous en avons déjà beaucoup parlé, il a été soutenu que, si elle voulait prétendre au sérieux scientifique et naturaliste maximum, la modélisation cognitive devait emprunter les voies du continu. Et de l'autre, il a été plaidé que les compte rendus de nos performances donnant celles-ci comme des applications de règles étaient fautifs, pour cette raison qu'il était impossible de renseigner une règle avec assez de circonstances pertinentes pour couvrir la mobilité de notre observance : nous ne suivons les règles que si toutes sortes de conditions impossibles à expliciter jusqu'au bout sont remplies, et, en particulier, nous restons toujours disponibles pour l'application d'une autre règle, susceptible d'être sélectionnée en contexte. Ce second volet de l'anti-computationnalisme se laisse « formaliser » au plan philosophique comme exprimant le caractère fondamentalement herméneutique de l'intelligence : l'intelligence est intelligence de l'*Être-au-monde*, elle consiste

---

[20] Cf. Victorri, B., & Fuchs, C., 1996, *La polysémie*, Hermès, Paris.

[21] Cf. Langacker, R., 1987, *Foundations of cognitive grammar*, Stanford, Stanford University Press ; mais voire aussi les réserves exprimées par lui dans Langacker, R., 1994, « The Limits of Continuity : Discreteness in Cognitive Semantics », in Fuchs, C. & Victorri, B. (eds), *Continuity in Linguistic Semantics*, Amsterdam, Philadelphia, John Benjamins, p. 9-20.

en la mise en œuvre de son *comprendre* au sens de Heidegger, c'est-à-dire la projection du *Dasein* vers les possibles de la situation qu'il navigue.

Chez Cadiot et Visetti, le continu du sens est inextricablement son agir herméneutique : émettre une signification est le fait d'une praxis qui enveloppe de façon solidaire tous les niveaux d'une situation complexe, mettant en résonance le plan perceptif et à la limite biologique avec une « culturalité » qui pénètre en fait ce plan, va jusqu'à lui. Cette praxis fondamentale du sens est conçue comme à la fois ce qui coalise l'hétérogène de multiples dimensions croisées (affectives, représentatives, concrètement pratiques, etc.), ce qui sélectionne l'accent singulier déterminant le dit à chaque fois, et ce qui accomplit tout cela sur fond de variation continue. Actualiser un sens, c'est toujours arrêter une variation continue en un point, cristalliser un motif sur une phase, à la faveur d'un profil. Mais, conformément au cercle herméneutique, le motif n'est pas une directive complètement identifiée et fixe en amont, il est lui-même quelque chose comme l'intervalle des phases le long duquel les profils l'emportent. En sorte que la situation d'actualisation du sens – au gré de laquelle les « potentiels hétérogènes » reçus des expressions linguistiques sédimentées sont portés par la dynamique expressive à un résultat repérable – est en même temps, si c'est concevable, évolution de système dynamique complexe et décision herméneutique[22]. Formulé autrement, les continus qui comptent pour la vie sémantique doivent être conçus comme des continus « striés », toujours déjà cartographiés par des traces-jalons qui figurent et réactivent pour nous les mouvances possibles[23].

Une conséquence tout à fait importante à mes yeux de cette approche est qu'elle décale le type de glose convenable pour l'explicitation des sens. Le dynamicisme herméneutico-continuiste de Cadiot et Visetti, nous le comprenons en les lisant, n'est pas dépendant, comme théorie du langage, d'une possibilité de modélisation qui lui serait associée. Il diffère de ce point de vue du computationnalisme, fortement solidaire d'une représentation formelle du langage procédant plus ou moins dans la ligne de Montague ou de Chomsky. Même si les auteurs en cause n'excluent pas que des modélisations – faisant intervenir, nécessairement, le continu mathématique – puissent être proposées et testées pour les diverses trajectoires de genèse en lesquelles consistent la cognition à leurs yeux, l'idée d'une construction mathématique technique « couvrant » l'intégralité des effets de sens paraît absente de leurs horizons.

En revanche, ils inventent et exercent sous nos yeux dans leurs écrits une modalité de glose « montrant » les sens comme profils, croisements de dimensions, précipités de mouvances continues. Leurs gloses tentent de « restituer » les mouvements sous-jacents du sens avec les ressources du langage naturel, de

[22] Pour tout ce qui précède, cf. Cadiot, O., & Visetti, Y.-M., 2001, *Pour une théorie des formes sémantiques*, Paris, PUF.

[23] Cf. Visetti, Y.-M., 2004, « Le Continu en sémantique – une question de Formes », *Cahiers de praxématique*, 42, numéro coordonné par D. Ablali & M. Valette sur *Le Continu : du son au sens*, p. 39-74 ; à la page 44, l'auteur y parle d'un continu « originairement marqué, texturé, et inégalement différencié ».

faire revenir le continu présupposé bien que masqué par la constituance discrète de la chose linguistique en le *racontant* : jouant sur la puissance narrative de nos phrases et la suggestivité continue de notre lexique du mouvement, ils commentent un résultat apparemment aussi statique que l'énoncé d'un proverbe en « montant » toute la dramaturgie implicite qui soutient sa résonance sémantique[24]. Le continu sémantique revendiqué sur le plan théorique et conceptuel par leur approche se trouve donc attesté par le pouvoir poétique d'une nouvelle forme de glose : une glose dynamique et théâtrale, qui évoque les dimensions, les scènes et les trajets. La référence du continu mathématique sert, au fond, à réveiller une autre modalité du commentaire : il s'agit là d'un usage inédit de la mathématique, encore transcendantal et objectivant en un sens, mais tout à fait autrement que dans la physique mathématique, et dont le « produit » est la conversion inflationniste de certaines expressions linguistiques en dynamismes racontés.

• Continu bio-physique

Ici plus encore que dans ce qui précède, je m'aventure du côté de ce que je ne saurais prétendre bien connaître. Je veux parler des efforts consentis par les bio-physiciens au cours des dernières décennies pour rapprocher les modèles continuistes, notamment « cellulaires », de la réalité neurale. Ces travaux supposent généralement l'intégration des connaissances accumulées d'un côté par des biologistes étudiant la physiologie du cerveau, de l'autre par des physiciens et mathématiciens appliqués cherchant à élaborer des modèles. Que l'on ait ici besoin dans le principe d'un dialogue[25] correspond évidemment à ceci que, jusqu'à présent, les sciences biologiques n'ont pas « par elles-mêmes » mis en avant de cadre continu, elles ne sont pas intégrées au corps méthodologique de la science mathématisée typique, la physique. Seulement, en liaison avec les recherches cognitives, la neurophysiologie contemporaine s'est avancée sur le terrain de la reconstruction dynamique des compétences cérébrales, et a donc accepté la modélisation standard des aventures des systèmes au moyen de la notion mathématique de système dynamique. L'essentiel de la recherche consiste – au moins dans le point de vue qui s'abstient de tout concevoir d'entrée de jeu en termes d'information – à définir les systèmes dynamiques régissant les événements de la neurophysiologie (l'émission par les neurones de décharges électriques, la propagation des divers signaux, l'évolution de l'interaction entre neurones, etc.). La justesse des prédictions fournies par les systèmes proposés demande vérification empirique, et les paramètres des équations de ces systèmes doivent être biologiquement fondés[26].

---

[24] Cf. Visetti, Y.-M., & Cadiot, P., 2006, *Motifs et proverbes*, Paris, PUF, p. 153-180.

[25] Dont les difficultés sont décrites de manière fine et interne dans Marder, E., 2005, « Experimenting with Theory », in Chow, C.C., Gutkin, B., Hansel, D., Meunier, C., & Dalibard, J. (eds), *Les Houches 2003 Session LXXX Methods and Models in Neurophysics*, Amsterdam, Elsevier, p. 1-16.

[26] Cf. Sompolinsky, H. & White, O.L., 2005, « Theory of Large Recurrent Networks : from Spikes to Behavior », in Chow, C.C., Gutkin, B., Hansel, D., Meunier, C., & Dalibard, J. (eds), *Les Houches 2003 Session LXXX Methods and Models in Neurophysics*, Amsterdam, Elsevier, p. 267-340, spécialement p. 294.

Ces recherches sont conduites dans un esprit physicien. Le modèle de Hopfield, un des premiers qui a connu une divulgation significative dans les milieux cognitifs, est fondé sur une analogie avec le modèle physique des « verres de spin ». Ce modèle est encore proche d'une représentation pour une part discrète du système des neurones supposé restitué, puisque les activations de chaque neurone sont prises comme susceptibles seulement de deux valeurs (0 et 1 ou 1 et -1 selon les approches). Le temps offert à la dynamique du système, également, est discret (on suppose une remise à jour ponctuée par les sonneries d'une horloge, en quelque sorte).

Mais les travaux conduits depuis vont plus loin dans la direction d'une étude de la dynamique neurale. Les équations de type Hodgkin-Huxley, qui décrivent l'évolution du potentiel de membrane d'un neurone, forment un système d'équations différentielles bon teint, fondé sur l'électricité classique et se rattachant à la théorie des systèmes excitables. Si on regarde les multiples et subtils raisonnements qui sont proposés dans le domaine, on voit se mélanger deux types d'outils ou de notions : ceux des systèmes dynamiques bien sûr, et ceux des statistiques et probabilités, de la pensée « stochastique » en somme. On peut prendre en compte des aspects stochastiques dans le modèle de Hopfield, en supposant que le champ incident en un neurone ne prescrit le basculement ou le non basculement de son activation qu'avec une certaine probabilité. Lorsqu'on raisonne sur un réseau où la mise à jour des états se fait de manière asynchrone, on est amené à tirer les conséquences d'une hypothèse d'indifférence probabiliste. La vision d'ensemble paraît être que les formes de la cognition émergent d'une dynamique neurophysiologique à la fois classiquement continue et hasardeuse par beaucoup de ses conditions.

Un cas significatif de description continuiste est celui des modèles proposés pour le contrôle oculomoteur du poisson rouge : on arrive à expliquer comment le processus neural sous-jacent effectue l'intégration d'un stimulus qui transcrit la vitesse de déplacement de la tête ; en l'intégrant, l'activité neurale calcule la modification de position de l'œil depuis le début du mouvement. On a donc un cas de mémorisation neurale qui parvient à enregistrer un historique d'information continue au travers d'une opération typique de la mathématique du continu (l'intégration). Une discussion résulte de cette modélisation, discussion à la fois mathématiquement et philosophiquement intéressante en liaison avec tout ce qui précède : faut-il imaginer qu'un neurone isolé est capable d'un tel travail, ou est-il besoin, au contraire, de la coopération des membres d'un réseau ? Dans la première hypothèse, les explications fines de la faculté que l'on suppose au neurone peuvent faire entrer en ligne de compte une équation de diffusion du calcium à l'intérieur du neurone[27]. On peut, dans la ligne de ce genre de recherches, exploiter le fait qu'à chaque neurone est associée une famille continue de variables internes dont les valeurs caractérisent son état, ce qui va évidemment dans le sens d'une « logique » hyper-continuiste de la vie cérébrale.

---

[27] Cf. *loc. cit.*, p. 307-312.

Toujours, vis-à-vis de telles modélisations – comme nous le suggérons à l'égard des théorisations physiques en général – la question se pose de savoir si c'est vraiment du continu de Cantor-Dedekind qu'on a besoin ici, ou si une pensée d'un discret de granularité extrêmement fine se serait pas suffisante (une telle interrogation est soulevée de l'intérieur même des recherches que nous évoquons). Ce qui conduirait à l'idée d'introduire dans le contexte neuro-physiologique une version « non standard » de l'outil continu, substituant de manière à bien des égards équivalente une mathématique du discret *hyperfini* à l'analyse continue classique (pour avoir un discret que je « compte » comme le continu, il faut tout de même une « infinitisation » quelque part). Rappelons d'ailleurs que des aspects substantiels de théorie de l'intégration, des équations stochastiques et des diffusions ont été formulés dans un tel cadre par Nelson et Benoît dans les années 80[28].

• Remarques synthétiques

Le parcours qui précède est trop restreint pour qu'on puisse en tirer quelque chose d'à la fois général, fort, et significatif. Je ferai simplement une ou deux observations fort simples.

L'intervention du continu dans les affaires cognitives me semble essentiellement commandée par deux « nécessités » de fond.

L'une est celle du raccord avec le naturalisme physique : elle dit que si l'on veut vraiment une science naturaliste des performances de cognition des organismes, il faut les rapporter à des données et faits se laissant saisir au sein de cadres mathématiques continus, car telle est la manière acquise d'une physique qui construit pour nous l'image de la nature.

L'autre est celle d'une intuition concernant la signification, ou plus spécifiquement encore les effets de sens : celle selon laquelle ces derniers renvoient à des axes continus de variation, ce qui exprimerait l'infinité que beaucoup sont enclins à leur accorder.

« Entre les deux », le continu s'impose, plus immédiatement en un sens, comme le langage de la dynamique. C'est le cas, nous l'avons vu, chez Petitot, dont les modélisations thomiennes sont à beaucoup d'égards des élaborations mathématiques de la notion qualitative d'événement : le continu est l'instrument qui, au titre de son rapport « technique » avec le discontinu, permet à la fois d'interpréter au plan mathématique la spécification de domaines le long de frontières (catégorisation) et le basculement de l'événement autour d'une césure. Le mot *catastrophe* dans *théorie des catastrophes* ne faisait sans doute pas autre chose qu'agglomérer ces deux valences de sens, depuis le début. Chez Cadiot et Visetti, une telle référence à la dynamique comme raison d'être du continu est aussi présente : il s'agit bien, dans leur approche, de ne jamais envisager le sens linguistique autrement qu'en liaison avec sa genèse,

---

[28] Cf. Nelson, E., 1987, *Radically elementary probability theory*, Princeton New-Jersey, Princeton University Press ; et Benoît, E., 1989, *Diffusions discrètes et mécanique stochastique*, Centre de Mathématiques appliquées, Ecole des Mines Sophia-Antipolis.

de restituer les parcours d'une « vie » de l'organisme qui « fait » le sens, et qui est praxis symbolique en même temps que poussée de l'*Être-au-monde* (en raison d'une « superposition » postulée de la nature et de la culture qui est une partie de ce que les auteurs revendiquent après Merleau-Ponty). Plutôt que la césure et la frontière, Cadiot et Visetti s'intéressent à la réversibilité permanente de la stabilisation et de la déstabilisation, qui est ce que le point de vue continuiste permet de penser et comprendre, et même, nous l'avons vu, de décrire.

L'approche biophysique de la neurophysiologie, en un sens, est elle aussi intéressée par la dynamique : il s'agit essentiellement et toujours de modéliser les évolutions riches des neurones individuels et l'évolution organisationnelle collective de leurs réseaux. Les concepts de la théorie des systèmes dynamiques interviennent donc, et, de nouveau, la notion de seuil joue un rôle fondamental : c'est bien aussi par sa faculté de donner sens à la notion de discontinuité que le continu s'impose comme outil théorique. On pourrait dire, en généralisant, que son rôle de « langage de la dynamique » est ce qui motive l'emploi du continu en physique, en rappelant que la physique, depuis Aristote et en passant par Kant, est essentiellement intéressée au mouvement. Il y aurait donc, à la limite, une tension entre l'intérêt mathématique pour le continu en tant que substrat, multiple, finalement *ensemble*, et l'intérêt physico-mathématique pour le continu en tant qu'élément de la dynamique. Cette tension est cela dit, relative : pour une part, la représentation substantive du continu concourt à la possibilité de comprendre et reproduire mathématiquement le mouvement, et l'on pourrait montrer les relations de dépendance réciproque entre l'approfondissement de la pensée du continu et l'étude des processus continus ou discontinus. Elle conserve une certaine justesse philosophique, néanmoins. On peut lui rapporter le fait que certains aspects ne serait-ce que du modèle de Cantor-Dedekind semblent devoir rester non pertinents pour la modélisation physique, au moins dans sa dimension de contrôle (cf. ce que nous disions sur la fonction de Dirichlet).

4. APPRÉHENSION COGNITIVE DU MATHÉMATIQUE

Cela dit, le sujet dont nous traitons possède à l'évidence une autre face, liée à la posture de « théorie de la pensée » scientifique absolue des sciences cognitives, éliminant *a priori* ses rivales, phagocytant et dévaluant du même pas psychologie et philosophie, posture évoquée au début de l'article. Les recherches cognitives ont la prétention de « couvrir » l'exercice humain de la mathématique en tant que fait cognitif comme un autre. Et, d'une telle prétention, divers travaux ou réflexions sont issus depuis quelques décennies.

À vrai dire, ces contributions se répartissent entre plusieurs niveaux.

L'appréhension cognitive des mathématiques, ou, dans une certaine mesure, le simple programme de cette appréhension, suscite d'abord des prises de position générales, qui se situent au niveau philosophique ou épistémologique, en dépit de l'appui qu'elles prennent et affichent sur de la science concrète, acquise ou promise. Je pense ici aux affirmations réductionnistes ou à la réactivation de thèses psychologistes.

L'affirmation réductionniste consiste simplement à dire qu'il n'y a rien dans la mathématique dont ne puissent se saisir les neurosciences, en décelant et décrivant de manière scientifique les processus cérébraux sous-jacents. Cette affirmation revisite pour une part la philosophie des mathématiques antérieure. Un symptôme de cette situation intellectuelle est le débat entre Alain Connes et Jean-Pierre Changeux. Dans ce texte[29], les deux protagonistes butent de manière récurrente sur ce qui leur apparaît comme le cœur de leur désaccord, et qui concernerait le statut de l'objet mathématique : alors qu'Alain Connes endosse une position de type « platoniste », et veut comprendre l'activité mathématique comme accès de la pensée à un monde objectif, indépendant, dont l'incompréhensible harmonie est éprouvée comme externe, Jean-Pierre Changeux soutient qu'il n'y a rien d'autre dans les mathématiques qu'une activité cérébrale spécifique, produisant ses propres nécessités à partir de régularités « données » (qui peuvent bien être en harmonie avec des régularités naturelles). De même qu'Alain Connes est affiché par la discussion comme platoniste, de même Jean-Pierre Changeux se voit comme en continuité avec la conception intuitionniste : dire que l'objet mathématique est fondamentalement construit, ce serait dire qu'il est sans objectivité externe, et cela ouvrirait la voie à sa dissolution dans le processus neurophysiologique.

Pourtant, comme essaie de l'argumenter Alain Connes en soulignant le caractère avant tout méthodologique de l'objection constructiviste au formalisme[30], le débat du réductionnisme ne coïncide pas avec le débat formalisme-intuitionnisme. La difficulté que rencontre le réductionnisme, au moins s'il conçoit sa tâche de manière trop totale et trop simpliste, consiste dans l'idéalité de l'objet mathématique, selon l'intention expresse de la mathématique comme telle : le problème n'est pas de savoir si l'idéalité (mathématique) « existe » et quelles preuves on pourrait en donner, mais il est que l'objet mathématique, qu'il existe ou n'existe pas, est visé par le discours mathématique et pris par lui comme thème d'investigation *en tant qu'idéal*. Cela se laisse voir, déjà, au niveau du plus humble des objets constructifs, comme 3 : 3, en tant que thème de la mathématique, transcende à la fois chaque collection de trois objets et chaque inscription, profération, actualisation de 3, selon n'importe quel code linguistique ou non linguistique. La question du réductionnisme est donc de savoir s'il est possible au suivi et à l'explication neurophysiologiques des événements cérébraux d'*entrer en contact* simplement avec ce fait intentionnel de la mathématique. On peut, sans doute, ou dans le principe, arriver à une couverture exhaustive de la processualité cérébrale des mathématiciens : y trouverons-nous néanmoins l'objet mathématique et le savoir de cet objet ? Ce n'est pas tant que nous évoquions un problème dont l'extrême complexité renvoie la solution loin dans le futur : c'est tout d'abord et avant cela que nous ne

---

[29] Cf. Changeux, J.-P. & Connes, A., 2000, *Matière à pensée*, Paris, Odile Jacob.

[30] Cf. *loc. cit.*, p. 69-70.

comprenons même pas *a priori* en quoi une telle récupération pourrait consister.

Pour faire entendre ce problème d'une autre manière, je pose simplement la question suivante : pouvons-nous concevoir qu'un compte rendu biophysique de l'activité cérébrale d'Andrew Wiles redéploie à sa façon le supplément d'intelligibilité et de certitude contenu dans sa preuve du second théorème de Fermat ? Selon toute apparence, ce compte rendu ferait tourner à plein régime les outils mathématiques évoqués plus haut (systèmes dynamiques, processus stochastiques, équations de diffusion, etc.) : cette partie des mathématiques contient-elle, d'une manière clandestine et ignorée des mathématiciens, la clef de toutes les autres en tant qu'elle est programmatiquement la mathématique de la naturalisation ?

Un second volet du débat suscité par l'appréhension cognitive des mathématiques concerne, nous l'avons dit, le psychologisme. On peut être aujourd'hui tenté, en effet, d'estimer que les recherches cognitives ont modifié le contexte de la discussion sur le psychologisme. Les arguments utilisés par Frege et Husserl, au début du vingtième siècle, pour récuser l'idée d'une dépendance essentielle de la logique sur la psychologie, seraient profondément relativisés par le développement de la psychologie computationnelle par exemple, ou tout simplement par l'existence et la disponibilité même des artefacts calculant : dans les deux cas, nous aurions la « preuve » que les structures logiques peuvent être « portées », par la *psychè* ou purement et simplement par la matière, sans perversion de leur sens ou de leur exactitude. Donc le discours qui affirme la provenance de la logique et de ses structures à l'égard d'un certain substrat, dont elle apparaîtrait comme l'organisation « effective », retrouverait toute sa légitimité.

En un sens, on ne pourra jamais empêcher personne de suivre une pente de raisonnement en effet nécessaire, en « imputant » la logique au théâtre de sa manifestation : si l'on veut trouver à la logique un lieu dans l'être – comme cela peut sembler irrépressible au nom de l'inesquivable idée totalisante de l'être – le lieu psychologique, lui-même conçu comme émanation du lieu neurophysiologique (lui même à renvoyer à une physique sous-jacente), paraît le candidat le plus naturel. Mais c'est seulement un leurre qui nous fait croire que les « événements » scientifiques contemporains ont profondément changé le débat : c'est un leurre récurrent en philosophie, il est vrai, rajeuni par chaque nouvelle génération de philosophes enthousiastes à l'égard de la science et de son mouvement.

Les raisons de Frege et de Husserl concernent, en regroupant rapidement leurs pensées, l'objectivité de la logique, sa normativité et son sens. Leur thèse est que l'implantation du raisonnement logique dans notre psychologie n'éclaire nullement pour nous l'objectivité que nous prêtons, par exemple, à la loi d'exportation-importation ($[P \to (Q \to R)] \leftrightarrow [(P \wedge Q) \to R]$), ni non plus son sens ou sa normativité. Ces remarques me semblent strictement inamovibles. On peut les réitérer dans le langage des recherches cognitives sans peine : soit en évoquant les « erreurs de logique » étudiées par la psychologie cognitive actuelle (j’ai en tête, par exemple, « l’effet figural », sur l’évocation duquel s’engage un célébrissime article[31] de Johnson-Laird), erreurs qui prouvent que le fonctionnement factuel de notre raisonnement n’est pas désormais tenu comme enseignement des lois logiques en tant que tel ; soit en évoquant le savoir *a priori* qui est le nôtre de la faillibilité de nos outils de calcul en raison de la limitation finie des ressources (le programme qui ajoute une unité à une variable et affiche son contenu indéfiniment finit par ne pas montrer la valeur qu’il devrait, pour prendre un exemple radicalement simple).

Par ailleurs, le paradigme computationnaliste, comme nous venons de le rappeler dans cet article, s’origine dans la décision de prendre la forme *normative* de la pensée logico-mathématique (celle de la preuve formelle ou du calcul) comme le *fait* du processus naturel de la pensée : il consiste dans l’anticipation d’une telle forme dans la psychologie ou la neurophysiologie à observer. Il y a donc un cercle vicieux évident lorsqu’un tel programme scientifique est pris comme la preuve de ce que le fait psychologique enveloppe le droit logique. Sauf que les tenants d’un tel point de vue jugent que la « vérité » empirique du computationnalisme est désormais acquise, bien sûr : on pourrait au moins attendre d’eux qu’ils concèdent que leur thèse dépend de la certitude d’un tel constat. Mais les remarques qui précèdent indiquent à vrai dire que, même si le fait cognitif ne montrait que des modalités computationnelles, il ne délivrerait pas le droit ou l’objectivité en manière logique, et que nous nous comportons toujours en tant que sujets rationnels comme ayant accès indépendamment de tout fait aux significations logiques, et donc à ce droit ou cette objectivité.

Reste, dans cette rubrique, à s’intéresser à des recherches qui n’affichent pas nécessairement la même sorte d’ambition, mais qui s’ont représentatives d’un effort pour étudier sur le mode empirique-objectif nos performances et nos capacités mathématiques : je veux parler ici de l’étude des comportements mathématiques des enfants en bas âge, avant l’acquisition du langage ou au début de celle-ci, ou des animaux. En comparant les performances enregistrées avec celles des adultes, en les mettant en rapport avec des compétences éventuellement mesurées par la scolarité, on peut acquérir des vues évidemment d’un très grand intérêt sur ce qui apparaît comme la « base » de notre savoir et notre pratique mathématiques.

Je donnerai écho, ici, simplement à un aspect de ces recherches : celui qui concerne le mode d’acquisition originaire de la compétence arithmétique élémentaire, celle qui concerne les nombres entiers naturels, leur comparaison mutuelle et les opérations de base (addition, soustraction, multiplication).

Les expériences conduites montrent, apparemment sans doute possible, l’existence d’un pré-savoir arithmétique, avant tout apprentissage systématique de la numération décimale de position ou des algorithmes fondamentaux. Ce

[31] Cf. Johnson-Laird, P.N., 1980, « Mental Models in Cognitive Science », *Cognitive Science,* 4, p. 71-115.

pré-savoir autorise une certaine reconnaissance des nombres, une capacité d'évaluation comparative de leurs tailles, et une faculté opératoire minimale (addition ou soustraction en tout cas). Le point qui nous importe ici, cela dit, est que les expériences en question paraissent révéler un double mode de « stockage » psychologique des nombres entiers, ou un double « rapport » pré-linguistique du sujet à ces entités arithmétiques. Pour une part, ceux-ci seraient appréhendés de manière exacte comme des *object files* – c'est-à-dire, sensiblement, comme des squelettes formels de l'égrènement d'items qu'ils repèrent[32], des schèmes transcendantaux kantiens si cette référence éclaire – et pour une autre part comme des « degrés quantitatifs » repérables par un point sur un axe[33]. La première modalité s'illustre sans doute par la procédure dite du *subitizing*, qui consiste dans la reconnaissance immédiate des très petits entiers (deux, trois), apparemment sans passage par un parcours perceptif cumulatif (sans synthèse de l'appréhension et de la reproduction, toujours en termes kantiens)[34]. Le *subitizing* correspondrait à la réalisation immédiate d'une subsomption en relation avec un *object file*. En tout état de cause, ce qui nous importe ici est évidemment le mélange d'une appréhension discrète et d'une appréhension continue. La seconde modalité, en effet, « retient » ou « saisit » le nombre entier seulement sous la forme d'une quantité continue, mesurant l'intensité d'affection du sujet par la multiplicité du nombre. Une des manières de la légitimer est le dénommé « modèle de l'accumulateur », qui suppose qu'un nombre entier nous affecte unité par unité, chacune suscitant le dépôt d'un quantum d'action dans un accumulateur : à l'issue de la perception du nombre, l'accumulateur est « plein » d'une quantité qui reflète le nombre[35]. Cette seconde modalité explique l'obtention de résultats seulement approximatifs dans les comparaisons ou additions, l'approximation étant d'autant plus grande que les nombres concernés sont grands. Alors que, en principe, une reconnaissance, une comparaison ou une opération conduite sur la base des *object files* devrait être à tout coup exacte.

Tout, dans ce que je viens d'évoquer, et si j'en crois mes sources, donne matière à controverse. Certains spécialistes considèrent que le *subitizing*, par exemple, n'est pas réellement bien établi sur le plan expérimental[36]. Le « modèle de l'accumulateur », de même, a été sujet à des critiques particulièrement acerbes[37]. Négligeant ces controverses, et prenant provisoirement les éléments qui précèdent comme des faits, je voudrais seulement réfléchir sur ce que de tels faits enseignent quant au « continu cognitif ».

On pourrait être tenté de dire qu'elles apportent de l'eau au moulin de la conviction « thomienne » évoquée plus haut : elles montrent que dans notre

---

[32] Cf. Campbell, J.I.D., (ed.), 2005, *Handbook of Mathematical Cognition*, New-York, Psychology Press, p. 134-135.

[33] Cf. *loc. cit.*, p. 5 ; p. 43-52.

[34] Cf. *loc. cit.*, p. 23-27.

[35] Cf. *loc. cit.*, p. 98-99.

[36] Cf. *loc. cit.*, p. 27.

[37] Cf. *loc. cit.*, p. 137-138.

psychologie au moins, les nombres entiers naturels n'ont pas sur le continu la « priorité » que leur reconnaît la reconstruction fondationnelle contemporaine, de Hilbert à Brouwer ou Gödel en passant par Frege. Notre première « possession » des nombres entiers naturels, partagée sans doute par les animaux, et à laquelle nous revenons dès que nous n'avons plus le temps d'appliquer les règles transmises par notre éducation mathématique, serait pour une part dépendante d'une « saisie continue », dans laquelle tout se passe comme si les nombres entiers étaient déjà situés sur une droite, dont ils rempliraient progressivement les espaces (la distribution des entiers obéissant à une règle de compression gouvernée par une fonction logarithmique ou une fonction puissance dans le modèle de Stanislas Dehaene[38]).

Une telle observation a son côté incontestable, c'est certain, mais, comme la vision « thomienne », il ne faut sans doute pas la prendre comme la réfutation de ce dont elle se distingue. L'ordre dans lequel comparaissent les objets et structures mathématiques dans notre exposé contemporain n'est évidemment pas, ne prétend pas être, l'ordre de leur genèse psychologique, ni même correspondre à un gradient de « familiarité » que des enquêtes comme celles que nous venons d'évoquer pourraient confirmer ou infirmer. Il est l'ordre d'une reconstruction rationnelle, s'efforçant de déployer l'univers des entités mathématiques dans sa relation avec notre capacité de contrôle, de connaissance, de justification : sur le mode transcendantal, pourrait-on dire en jugeant avoir à l'instant épelé une redéfinition acceptable de l'attitude transcendantale. Nous avons suffisamment insisté là-dessus, en expliquant le privilège de la strate arithmétique, en tant qu'elle adhère à notre dispositif logico-langagier lui-même, et se situe donc du côté du « dedans ».

Mais cette strate du logico-arithmético-linguistique n'est pas pour autant forcément une strate « naturelle » de notre psychologie, ni non plus ce que notre subjectivité fréquente « normalement » comme le plus familier. On peut bien admettre que le nombre entier naturel, dans la donne psycho-neurologique, soit complètement intriqué avec la « dramatique » continue de notre perception, toujours déjà spatialisé d'un côté, fortement corrélé de l'autre avec les « recognitions » perceptives des *Gestalt* de systèmes d'objets finis suffisamment séparés. Cela n'empêche pas que l'histoire de la mathématique est d'emblée celle de la mise à part du système arithmétique, de la prise de conscience de sa pureté et de son exemplarité, et qu'elle en soit venue au cours du vingtième siècle à la mise au jour du *dedans* logico-arithmético-linguistique. En telle sorte que ce « dedans » peut aujourd'hui faire partie de ce que vivent et fréquentent comme tels ceux qui apprennent ou pratiquent la mathématique.

Il faut bien quand même, ajoutera-t-on pourtant, que notre équipement bio-psychologique nous rendre capable d'appréhender ce dedans *terminus ad quem* de la pensée mathématique. De ce point de vue, on peut dire que le rôle des *object files*, la corrélation très forte entre les représentations scripturales, ver-

---

[38] Cf. *loc. cit.,* p. 27.

bales des nombres et le stockage du contenu arithmétique (quelle que soit sa forme), constituent un ensemble d'indications ou de témoignages positifs. De même, des observations « développementales », comme celles qui semblent indiquer que les enfants apprennent tous seuls à former une addition en réalisant en quelque sorte une instruction *append*, adjoignant les unités du plus petit entier à celles du plus grand[39]. Citons aussi – indice peut-être encore plus convaincant – les expériences qui paraissent établir une congruence de la mémorisation cognitivement pertinente de l'arithmétique et d'un savoir élémentaire de la successivité du temps[40]. Tout cela paraît donner une bonne substance psycho-neurale à une relation originaire aux nombres entiers de l'ordre du schématisme transcendantal de la quantité, par lequel Kant les définissait.

Mentionnons aussi ceci : il serait évidemment très important, ici, de suspecter systématiquement dans ces affaires le caractère « purement psychologique » ou même neurophysiologique de ce que les expériences révèlent ou semblent révéler. La convention sociale acquise en matière arithmétique est quelque chose de si fort et de si central que nous pouvons parfaitement imaginer qu'elle informe les enfants même au stade précoce où le « branchement » des *Être-au-monde* individuels sur la dimension culturelle n'est pas encore « incarné » dans le partage linguistique ; ou, plus simplement, qu'elle biaise notre lecture de leurs réponses.

Au-delà, c'est également un enjeu scientifique essentiel, il me semble, de parvenir à décrire la manière dont, à travers une suite d'étapes qu'il faut identifier, le passage d'une fréquentation primitive du nombre entier à leur appréhension théorique s'effectue. Cette métamorphose progressive peut comporter des moments de discontinuité forte, où le plus familier est « reconstruit » comme second à partir du moins familier. Ou au contraire des moments de « remontée aux sources », où les représentations d'origine vont être simulées et reproduites dans un cadre qui les avait d'abord refoulées. Au niveau de telles analyses, l'étude psycho-génétique et la réflexion épistémologique, à l'évidence, se croisent.

5. Conclusion

Ce parcours n'a pu nous enseigner que l'ampleur et la complexité des questions soulevées par le motif du continu en rapport avec les recherches cognitives contemporaines, du moins si l'on accepte de les regarder depuis la profondeur de ce qui charge « depuis toujours » l'affaire du continu.

Lorsque le continu est pris à l'intérieur de la mathématique, on se demande s'il est un objet ou un thème d'interrogation, s'il appartient au dedans ou au dehors de l'exercice de la mathématique tel que nous le ressaisissons aujourd'hui, s'il est plus ou moins justement signifié par les diverses « versions » qui se proposent, et quel est son degré de dépendance ou de

[39] Cf. *loc. cit.*, p. 150-152.
[40] Cf. *loc. cit.*, p. 96-97.

compromission essentiel avec l'infini ou avec l'espace. Enfin, à l'arrière-plan de ce débat interne à la mathématique, on peut chercher à rejoindre le débat de la métaphysique : depuis l'origine aussi, le continu est lié à une certaine façon de penser l'être, le devenir, l'un, le multiple, etc.

Dès que le continu est envisagé en relation avec une science empirique, une science de la nature, de nouvelles questions surgissent : on se demande, par exemple, si le continu est ou non un *fait* (de la nature, de la nature cognitive, etc.). Mais comment trouver en tant que fait ce que la mathématique, chargée de la paternité du contenu du continu, ne désigne même pas comme configuration constructive assignable ? D'où la contre-perspective, transcendantale, qui voit plutôt le continu comme une structure mathématique éventuellement mobilisable en vue d'un projet *a priori* de telle ou telle *région*, notamment la région cognitive. Ce qui nous conduit à une lecture transcendantale du conflit des paradigmes cognitifs.

En liaison avec cette lecture transcendantale, on doit prendre acte d'une sorte de dualité de l'argument intuitif, qui est apparemment susceptible de fonctionner dans deux sens. On peut à la fois soutenir 1) que notre expérience de la connaissance et de la pensée est fondamentalement discrète, parce que nous appréhendons nos contenus intellectuels comme représentations et structures logico-grammaticales ; 2) et que nous rencontrons en nous même un « continu de la pensée », parce que tout ce qui passe dans notre conscience « passe » précisément, c'est-à-dire possède le caractère du mouvant, auquel s'ajoutent volontiers ceux du vague, du graduel, du plus ou moins intense.

Mais ce qui est peut-être le plus intéressant, au-delà d'un débat tranché sur le droit et le fait, c'est une étude plus qualitative prenant les approches existantes comme telles, où l'on s'intéresse à ce qui exactement du continu s'implique dans les recherches cognitives, à ce à quoi précisément conduit la référence au continu. Dans cet article, ce qui nous aura frappé est d'un côté la revendication du continu au nom d'une volonté de décrire et comprendre l'événement, de l'autre côté l'idée que le continu peut « motiver » une nouvelle guise de la glose interprétative des textes.

Dernier volet de la constellation des problèmes que suscite notre thème : le réductionnisme des sciences cognitives à l'égard du continu comme des mathématiques en général. Ce réductionnisme doit essentiellement être combattu non pas dans l'intention « positive » qu'il recouvre, mais dans ce qu'il croit autoriser en fait d'assertion philosophique (qu'il le reconnaisse ou non). Ce qui n'interdit pas d'accorder la plus grande attention aux informations qui nous sont transmises par des investigations paraissant relever d'un tel réductionnisme : elles peuvent nous aider à penser la fonction transcendantale du continu ou sa contribution qualitative aux études cognitives.

La philosophie est constamment sollicitée dans ces réflexions et ces affaires, et ce, chose assez surprenante en un sens, à plusieurs titres hétérogènes : comme métaphysique, gardienne des premières vues générales sur le continu en liaison avec l'ontologie, comme épistémologie, ayant à comprendre l'intervention du continu dans la connaissance de la nature, et finalement comme discipline pré-cognitive abritant des théories de la pensée que l'entreprise cognitive contemporaine s'attache à intégrer et dépasser en les naturalisant.

C'est cette configuration embrouillée que nous avons essayé une fois de plus de parcourir afin d'y voir un peu plus clair.

BIBLIOGRAPHIE

Andler, D., Fagot-Largeault, A. & Saint-Sernin, B. (2002), *Philosophie des sciences I*, Paris : Gallimard.

Benoît, E. (1989), *Diffusions discrètes et Mécanique stochastique*, Centre de Mathématiques Appliquées, Ecole des Mines Sophia-Antipolis.

Cadiot, P. & Visetti, Y.-M. (2001), *Pour une théorie des formes sémantiques*, Paris : Presses Universitaires de France.

Campbell, J.I.D. (ed.) (2005), *Handbook of Mathematical Cognition*, New-York : Psychology Press.

Changeux, J.-P. & Connes, A. (2000), *Matière à pensée*, Paris : Odile Jacob.

Chow, C.C., Gutkin, B., Hansel, D., Meunier, C. & Dalibard, J. (eds) (2005), *Les Houches 2003 Session LXXX Methods and Models in Neurophysics*, Amsterdam : Elsevier.

Dehornoy, P. (2007), Au-delà du forcing : la notion de vérité essentielle en théorie des ensembles, http://www.math.unicaen.fr/~dehornoy/surveys.html.

Gödel, K. (1947), What is Cantor's Continuum Problem ? In P. Benacerraf & H. Putnam (eds), *Philosophy of Mathematics* (pp. 470-485), Cambridge : Cambridge University Press, 1964. Trad. Française in *Intuitionnisme et théorie de la démonstration* (pp. 509-531), Largeault Éd., Paris : Vrin, 1992.

Gödel, K. (1961), The Modern Development of the Foundations of Mathematics in the Light of Philosophy. In S. Feferman, J. W. Dawson, W. Goldfarb, C. Parsons & R.N. Soolovay (eds), *Kurt Gödel Collected Works Volume III* (pp. 374-387), Oxford, New-York : Oxford University Press, 1995.

Harthong, J. (1989), Une théorie du continu. In H. Barreau & J. Harthong (éditeurs), *La mathématique non standard* (pp. 307-329), Paris : Editions du CNRS.

Harthong, J. (1983), Eléments pour une théorie du continu. *Astérisque*, *109-110*, 235-244.

Harthong, J. (1987), Le continu et l'ordinateur. *L'ouvert, 46*, 13-27.

Heyting, A. (1971), *Intuitionism, an Introduction*, Amsterdam : North-Holland.

Johnson-Laird, P.N. (1980), Mental Models in Cognitive Science, *Cognitive Science, 4*, 71-115.

Krivine, J.-L. (1969), *Théorie axiomatique des ensembles*, Paris : Presses Universitaires de France.

Langacker, R. (1987), *Foundations of Cognitive Grammar*, Stanford : Stanford University Press.

Langacker, R. (1994), The Limits of Continuity : Discreteness in Cognitive Semantics. In C. Fuchs & B. Victorri (eds), *Continuity in Linguistic Semantics* (pp. 9-20), Amsterdam, Philadelphia : John Benjamins.

Nelson, E. (1987), *Radically Elementary Probability Theory*, Princeton New-Jersey : Princeton University Press.

Peiffer Reuter, R. (1989), L'infini relatif chez Veronese et Natorp. Un chapitre de la préhistoire de l'analyse non standard. In H. Barreau et J. Harthong (éd.), *La*

Mathématique non standard (pp. 117-142). Paris : Éditions du CNRS.

Peiffer Reuter, R. (1992), Le fond lisse et la figure fractale : l'Idée du Continu chez Natorp et Veronese. In J.-M. Salanskis et H. Sinaceur (éd.), *Le Labyrinthe du Continu* (pp. 96-103), Paris : Springer France.

Petitot, J. (1985), *Morphogenèse du sens*, Paris : Presses Universitaires de France.

Petitot, J. (1992), *Physique du sens*, Paris : Éditions du CNRS.

Pylyshyn, Z. (1984), *Computation and Cognition*, Cambridge, Masschussets, London, England : MIT Press.

Salanskis, J.-M. (1991), *L'herméneutique formelle*, Paris : Editions du CNRS.

Salanskis, J.-M. (1993), Différence ontologique et cognition. In J.-M. Salanskis (éd.), *Philosophies et sciences cognitives* (pp. 127-171), *Intellectica n° 17*.

Salanskis, J.-M. (1995), Platonisme et philosophie des mathématiques. In M. Panza et J.-M. Salanskis (éd.), *L'objectivité mathématique - Platonismes et structures formelles*, Paris : Dunod-Masson.

Salanskis, J.-M. (1999), *Le constructivisme non standard*, Lille : Presses Universitaires du Septentrion.

Salanskis, J.-M. (2008), *Philosophie des mathématiques*, Paris : Vrin.

Smolensky, P. (1988), On the Proper Treatment of Connectionism, *The Behavioral and Brain Sciences*, *11*, 1-23.

Victorri, B. & Fuchs, C. (1996), *La polysémie*, Paris : Hermès.

Visetti, Y.-M. & Cadiot, P. (2006), *Motifs et proverbes*, Paris : Presses Universitaires de France.

Zaoui, P. (2000), *Espace et expérience*, Thèse de doctorat de l'Université Paris Ouest Nanterre La Défense.