Intellectica, 1994/2, 19, pp. 167-186

Jean-Emmanuel TYVAERT

L'exclusivité de la disjonction en langue et l'élucidation pragmatique du glissement de l'implication à l'équivalence

Il est bien connu que la distinction logique, nette, séparant le connecteur de l'implication de celui de l'équivalence ne se retrouve pas en langue, où des propriétés du deuxième sont exprimées moyennant la réalisation linguistique de ce qu'on peut considérer comme le premier. Ainsi en est-il lors de l'énonciation de la phrase :

(1) *Si tu ne manges pas ta soupe, tu n'auras pas de dessert*

où, sauf scrupule logique un peu surprenant, il semble que le destinataire puisse en déduire l'assomption :

(2) *Si je mange ma soupe, j'aurai du dessert*

Or une telle inférence n'est pas logiquement valide. En effet, en représentant respectivement par S et D les propositions "ingestion de soupe" et "ingestion de dessert" (on ne s'étonnera pas de l'appauvrissement de la signification ainsi effectuée par oubli des personnels et des indications temporelles, appauvrissement qui est la contrepartie de l'efficacité de la réduction logique), les transcriptions logiques de (1) et de (2) sont les suivantes :

(1') (ÿ S)   (ÿ D)
(2') (S)   (D)

La suppression des négations devrait s'accompagner du renversement de l'implication (contraposition).

L'inférence constatée en langage naturel pourrait être rendue logiquement correcte en interprétant la construction linguistique en "si ..., ..." au moyen du connecteur puisque les transcriptions (1") et (2") sont, elles, logiquement équivalentes :

(1") (ÿ S) (ÿ D)
(2") (S) (D)

Cette observation amène à penser que la construction linguistique visée pourrait valoir équivalence, ce qui n'est pas sans poser quelques problèmes qui ne sont pas du tout innocents, ne serait-ce qu'en ce qui concerne la façon dont la langue passe pour permettre d'exprimer les raisonnements naturels.

On notera que l'actualisation de l'opérateur linguistique de négation dans (1) n'est pas liée au phénomène puisqu'on a les variantes suivantes :

(3) *Si tu refuses de manger ta soupe, tu seras privé de dessert*
(4) *Si je mange ma soupe, j'aurai du dessert*

Il semble néanmoins que la formulation (1) soit plus naturelle que la formulation (3), et on verra plus loin qu'en effet il y a une certaine affinité, qui reste non-déterminante, entre la dérive que nous constatons et l'actualisation de l'opérateur de négation.

Diverses explications ont été avancées pour rendre compte du phénomène, explications en terme d'appariement entre les deux arguments connectés (Evans, 1973) tendant à établir l'équivalence, une intervention du "contenu" des dits arguments (Wason et Johnson-Laird, 1972) induisant un tel appariement, un fonctionnement linguistique spécial des tables de vérité des connections logiques qui seraient naturellement incomplètes (Wason, 1969 ; Johnson-Laird et Tagart, 1969) en ce sens qu'elles ne détermineraient pas une valeur lorsque le premier argument n'est pas spécifié comme vrai, par une sorte de suspension du calcul, un appel à la théorie de l'argumentation (Ducrot, 1980) où la distinction démonstration/argumentation conduit à postuler la loi argumentative de négation qui veut justement que "si A, B" argumente en faveur de "si non A, non B", ce qui revient logiquement à interpréter argumentativement l'implication comme étant l'équivalence.

On trouvera une présentation détaillée et critique de ces approches dans l'ouvrage de J. Caron *Les régulations du discours* (Caron, 1983), où est proposée une réorientation méthodologique destinée à transformer les conditions d'analyse, et qui tient à privilégier un point de vue pragmatique en accordant priorité à une saisie illocutoire des énonciations, la situation discursive commandant l'interprétation logique elle-même.

On pourrait aussi, dans le même esprit, solliciter une explication "à la Grice" (Cornulier, 1983), ou tenter de maintenir une appréhension logique (Cornulier, 1985), ce qui à terme pourrait amener à substituer dans l'interprétation des langues naturelles le paradigme d'une logique de la preuve à celui, décidément trop étroit, d'une logique de la vérité (Jayez, 1988) de façon à authentifier un glissement qui tiendrait à une certaine similitude initiale de la mise en œuvre des vérifications, évidemment finalement différentes, d'une implication et d'une équivalence de mêmes arguments.

Quoiqu'il en soit, le constat d'un décalage entre la réalité raisonneuse de la langue naturelle et la nécessaire opérabilité logique, est unaniment établi, quand bien-même les explications avancées ne sont pas encore entièrement concluantes.

Nous voudrions contribuer à un tel travail d'élucidation en attirant l'attention sur un curieux phénomène dont la dimension logique semble avoir échappé à la plupart des contributeurs, même si certains d'entre eux ont pu le repérer (Naess, 1962). En fait, tout en admettant le bien fondé du réordonnancement théorique préconisé par J. Caron (Caron, 1983), nous souhaitons montrer qu'un niveau d'analyse proprement logique doit être maintenu dans l'analyse pragmatique elle-même : l'opposition analyse pragmatique / analyse logique nous paraît trop grossière et une sériation de cette opposition fait apparaître la possibilité de jouer sur une reprise pragmatique du calcul logique, où le sujet calculant est pris en compte dans sa liberté tactique de calculateur, sans placer l'instance pragmatique au seul moment de l'énonciation. Autrement dit, c'est d'une *pragmatisation de la logique formelle* que nous attendons certains éclaircissements, avant même d'étudier l'expression langagière. En particulier, tempérant les déclarations péremptoires de mise à l'écart des tables de vérité dans ce genre d'analyse (Caron, 1983 : 223 *in fine*), nous raffinerons l'information qu'elles contiennent, ce qui modifiera de manière ici décisive leur utilisation classique : là où il y avait littéralisation formelle d'une combinatoire objective, nous introduirons un autre type de combinatoire tenant à la mise en œuvre raisonnée et coordonnée des opérations de la combinatoire objective par un sujet logique travaillant à une tâche finalisée lorsqu'il fait appel à telle ou telle opération en fonction des facilités d'appréhension qu'elles lui donnent.

Plus précisément, c'est une réflexion sur l'utilisation potentiellement simultanée des opérations logiques de disjonction et de conjonction qui nous amènera, *via* la mise en œuvre de la négation, à présenter une nouvelle façon d'entendre ce curieux glissement de l'implication vers l'équivalence. C'est dire qu'un retour sur les opérations du calcul des propositions, en partant naturellement de l'implication, va être nécessaire pour exposer, au moyen du changement de perspective introduit par la prise en compte du sujet raisonnant, notre contribution à un débat dont tout montre qu'il est déjà très riche.

Une première partie sera consacrée à une analyse du connecteur passant par une évaluation en terme de déduction et une réflexion sur la signification de ses possibilités de réécriture au moyen de synonymies logiques faisant intervenir les connecteurs ∆, et ÿ. Une deuxième partie exposera une discussion de l'alternative qui oppose les interprétations inclusive et exclusive de la disjonction, dans la perspective pragmatique que nous venons de définir. La troisième partie contiendra la suggestion d'analyse du phénomène qui nous intéresse ici et que nous entendons alors proposer, suggestion dont nous verrons qu'elle introduit, de par son contenu, des développements qui pourraient se révéler dignes d'intérêt.

I. Représentation ensembliste de l'implication

I.1. Afin de faciliter la mise en évidence du rôle que nous voulons reconnaître au sujet logique, c'est à la présentation du calcul propositionnel connu sous le nom de système de Déduction Naturelle (Gentzen 1934-1955) que nous ferons appel, en utilisant la présentation la plus adéquate à notre propos (Fitch, 1952 ; Grize, 1969-1972).

Nous ne retiendrons pas l'approche en termes de table de vérité dans la mesure où, d'une part, elle met sur le même plan les divers connecteurs, ce qui est psychologiquement erroné comme nous le verrons, et, d'autre part, elle propose une description trop simpliste de la relation de déduction. Définir $\{P\} \vdash Q$ par le fait que toute valuation (c'est-à-dire toute donation d'une valeur de vérité) qui vérifie P (c'est-à-dire qui donne la valeur 1 à P) vérifie Q, ne saisit la notion de déduction que par comparaison des valeurs de ses termes, le terme initial P et le terme final Q : si cette approche suffit pour tester l'éventuelle relation de déduction entre P et Q, elle ne permet pas d'analyser la déduction elle-même, en particulier, on ignore complètement par quel *cheminement* on passe de la vérité de P à celle de Q.

L'analyse d'une relation de déduction du point de vue de son établissement requiert une *approche syntaxique* plus détaillée. Parmi les différents types possibles de syntaxe, nous ne retiendrons pas la conception hilbertienne par axiomes et règles car elle enferme dans les axiomes les spécificités différentielles des connecteurs que nous aurons à examiner. La conception dite de la Déduction Naturelle offre une syntaxe où chaque connecteur est défini pour lui-même, et où le libellé des règles fait immédiatement apparaître des différences de traitement (à ce titre, comparer par exemple les règles d'exploitation, répertoriées *infra*, du et du Δ). Une description qui isole les différents connecteurs est en effet indispensable pour qui veut tenter une analyse pragmatique de son activité logique, en évaluant à quelles conditions la sélection de tel ou tel connecteur se présentera comme adéquate au traitement d'un problème. On détaillera cette problématique au début de la deuxième section.

Toujours pour tenter de différencier les divers connecteurs, on insistera sur la représentation ensembliste naïve qui peut être donnée des expressions formalisées et de leur éventuelle validation (et Δ, par définition, sont des opérations de prise d'inf et de prise de sup dans le treillis distributif complémenté des propositions *modulo* l'équivalence logique, ce qui invite à les représenter par les opérations ensemblistes ↔ et ≈ dans un ensemble de parties (E) ordonné par l'inclusion ℘). Il apparaît alors que si ces deux connecteurs ont une représentation directement accessible, ainsi d'ailleurs que ÿ représenté ici directement par la complémentation ensembliste C, il n'en est pas de même pour qui n'est pas une opération basique des treillis, alors que I- l'est : l'inclusion ℘ représente en effet I- et non pas . Une telle différence nous intéresse.

I.2. A chacun des connecteurs, qui ne sont d'abord que des marques formelles, la Déduction Naturelle associe deux règles destinées à déterminer le sens qu'on leur donne dans le raisonnement logique (ce qui en fait alors des signes par fixation syntaxique de leur sémantique), règles correspondant d'une part à l'opération réalisée quand on effectue le pas de raisonnement qui consiste à relier par un connecteur deux expressions préalablement isolées et d'autre part à l'opération réalisée quand on effectue le pas de raisonnement qui consiste à utiliser une telle connection. On parle respectivement de règle d'introduction et de règle d'exploitation, en préférant ce dernier terme à celui plus traditionnel mais moins parlant d'élimination (McCawley, 1981). Ainsi, au connecteur sont associées la règle IN autorisant la formation d'une conjonction (binaire) quand ses deux termes ont été préalablement introduits, et la règle EX autorisant la citation d'un des deux arguments d'une conjonction (binaire) préalablement introduite ; au connecteur Δ sont associés la règle INΔ autorisant la formation d'une disjonction (binaire) dès qu'un de ses deux arguments a été préalablement introduit, et la règle EXΔ autorisant la citation de toute expression à la suite d'une disjonction (binaire) pourvu qu'on se soit assuré que cette expression se déduise indépendamment de chacun des deux arguments de la disjonction. Au connecteur ÿ sont associées (d'une manière moins évidente qui manifeste un certain forçage des données logiques) la règle INÿ autorisant la formation d'une négation pourvu qu'on se soit assuré préalablement du fait que l'expression soumise à négation conduise, elle, à contradiction, et la règle EXÿÿ qui permet de reformuler toute double négation comme l'expression doublement niée. Le système est complété par la formulation syntaxique du sémantisme du connecteur au moyen de la règle IN autorisant la formation d'une implication dès qu'on est assuré de l'existence d'une déduction d'hypothèse l'antécédent et de conclusion le conséquent de ladite implication, et de la règle EX autorisant la citation du seul conséquent d'une implication préalablement introduite dès que son antécédent est aussi présent dans les expressions préalablement citées. (On laisse ici à l'écart l'équivalence considérée comme conjonction de deux implications réciproques l'une de l'autre).

On voit qu'une telle présentation vaut pour une conception formalisée des raisonnements en termes de déduction, une déduction étant ici une liste ordonnée, et finie, d'expressions initialisée par des expressions appelées hypothèses et finalisée par une expression appelée conclusion en observant de manière rigoureuse des règles de réécritures correspondant aux connecteurs manipulés et à quelques principes assez évidents de bon agencement.

I.3. Il est commode de relier les hypothèses à la conclusion d'une déduction en posant la méta-expression :

(5) {H,H',...} |- C

où le signe de déduction |- n'est pas un connecteur puisqu'il ne contribue pas à la formation des expressions du type de celles qu'engagent les déductions. Il existe néanmoins un rapport étroit entre le méta-signe |- et le signe , rapport qui est la substance du méta-théorème de déduction (facilement établi en méditant les règles IN et EX) déclarant l'équivalence entre {H} |- C et |-H C, où la préfixation d'une expression par |- signifie tout naturellement sa vérité logique rendue par sa déductibilité indépendante de toute hypothèse particulière.

Cette équivalence entre $\{H\} \vdash C$ et $\vdash H\ C$, comme d'ailleurs toutes les équivalences de ce type, conduit à une situation (éminemment pragmatique) où le sujet raisonnant sélectionne l'une ou l'autre des deux expressions possibles d'un même état de fait en fonction de son projet propre. On notera que *l'établissement* de l'état de fait commun est plus accessible sous la version $\{H\} \vdash C$ (la déduction à établir vise une proposition simple et peut s'appuyer sur une hypothèse, alors que celle qu'il faudrait établir selon la version $\vdash H\ C$ doit viser une proposition complexe sans user d'aucune hypothèse additionnelle), alors que *l'utilisation* de ce même état de fait est plus aisée sous la version $\vdash H\ C$ (l'insertion d'une proposition logiquement vraie est possible dans toute déduction ultérieure, alors que $\{H\} \vdash C$ ne permet d'insérer C que dans des déductions particularisées par la présence nécessaire de l'hypothèse H).

On peut noter au passage que nous avons là une illustration d'un phénomène très général qui consiste à distinguer sur une base *pragmatique* des versions d'un même état de fait identifiées du point de vue strictement logique (à rapprocher de la sélection d'un type d'exposition de la logique des propositions en fonction du problème étudié).

I.4. Du point de vue linguistique, l'énonciation valant logiquement déclaration de vérité de l'énoncé, c'est la deuxième version du méta-théorème de déduction qui est intéressante (comprendre : si énoncer P se transcrit logiquement $\vdash P$, alors $\vdash H\ C$ est la transcription logique de l'énonciation de H C). Apparaît alors le fait que l'énonciation d'une conditionnelle de forme logique implicative du type H C vaut proposition d'une déduction, déduction dont l'analyse (liée à ses possibilités d'établissement) requiert une présentation selon la version adaptée, à savoir $\{H\} \vdash C$.

I.5. Une des manifestations les plus remarquable de l'élaboration de la logique des propositions (et des moins surprenantes quand on connait le rôle joué par l'investigation extensionnelle schématisée dans son achèvement : Gergonne, Lambert, Euler et ses cercles, Venn et ses diagrammes ; rôle qui est allé jusqu'à forcer le sens classique de la négation définie comme complémentation), qu'elle soit exprimée ou non en termes de déduction naturelle, consiste en la représentation ensembliste qui peut être donnée des expressions dont elle permet la manipulation. Cette représentation est fondée sur les identifications

conjonction = intersection
disjonction = réunion
négation = complémentation

exprimées dans le tableau synoptique suivant :

(6)

ensemble P des propositions	ensemble des parties d'un ensemble E
avec identification des propositions logiquement équivalentes	où E est un ensemble fixé arbitrairement appelé "référentiel"
P est une proposition	P est une partie de E
P Q (conjonction)	P ↔ Q (intersection)
P ∆Q (disjonction)	P ≈ Q (réunion)
ÿ P (négation)	CP (complémentation)
{P} I-Q (déduction)	P ℘ Q (inclusion)
I- P (vérité)	P = E (identité à la partie pleine)
I- ÿ P (fausseté)	P = identité à la partie vide)

On notera que l'implication n'a pas de transcription directe, et que, plus précisément, si {P} I- Q, qui rappelons-le vaut I- P Q, se transcrit directement en P ℘ Q, l'implication encore non-validée P Q devrait se transcrire (CP)≈(Q) (ou encore C[(P)↔(CQ)]) en utilisant les synonymies classiques P Q + (ÿ P)∆(Q) + ÿ[(P) (ÿQ) et ÿÿP + P]. Il existe donc une *différence* entre, d'une part, ÿ, et ∆ (directement représentables) et, d'autre part, (indirectement représentable), différence indiscernable en termes de table de vérité. Les trois premiers connecteurs sont, du point de vue de la représentation ensembliste, dont on connaît la valeur heuristique, plus centraux et pourraient peut-être hériter de ce caractère une antériorité formelle qui devrait être rapprochée de l'antériorité psychologique qu'on s'accorde à leur reconnaître.

Ce rapprochement avec les observations des psycholinguistes qui situent la maîtrise de l'implication en langue après celles de la conjonction, de la disjonction, et de la négation (Caron, 1983 : chap. XVII) est d'autant plus remarquable qu'il se manifeste sous divers avatars comme nous le verrons bientôt, ce qui invite à ne pas le considérer comme une heureuse coïncidence.

I.6. Pour l'instant, admettons l'éventualité d'un rapport entre le décalage observé dans l'acquisition de l'implication et son écriture formelle *modulo* la représentation ensembliste, écriture requérant la maîtrise préalable des autres connecteurs et une capacité à les combiner.

Pour reprendre l'exemple donné en introduction, la compréhension de :

(1) *Si tu ne manges pas ta soupe, tu n'auras pas de dessert*

réduite à sa forme logique :

(1') (ÿ S)   (ÿ D)

passe en fait par *l'assertion* de (1').
La déclaration de vérité prise en charge par l'énonciateur lors d'une énonciation de (1) doit donc se transcrire ainsi :

(1''') I- (ÿ S)   (ÿ D)

Cette déclaration de vérité correspond, *via* le méta-théorème de déduction, à la déclaration de validité de la déduction suivante :

(1'''') {ÿ S} I- ÿ D

Et cette déduction se représente directement par l'inclusion suivante :

(1"''") CS ℘ CD

Du point de vue ensembliste est posée ainsi l'inclusion de l'ensemble des non-mangeurs de soupe dans l'ensemble des non-mangeurs de dessert. On vérifie en bonne logique que cela n'induit aucunement l'inclusion de l'ensemble des mangeurs de soupe dans l'ensemble des mangeurs de dessert, bien au contraire dans la mesure où l'expression de l'inclusion recouvre le cas de l'inclusion propre. En fait c'est évidemment l'inclusion de l'ensemble des mangeurs de dessert dans l'ensemble des mangeurs de soupe qui est indirectement posée. Le problème consiste à comprendre comment on peut glisser de cette dernière inclusion à la précédente.

Or, pour peu qu'on tienne à représenter l'implication elle-même, on sera conduit à réécrire (ÿ S) (ÿ D) en (ÿ(ÿS))Δ(ÿD), pour se demander ensuite si la partie correspondante (C(CS))≈(CD) est identique à la partie pleine. Il nous semble que c'est bien ainsi qu'il faut envisager, au moins au moment de l'acquisition de la notion de déduction *via* l'utilisation correcte de l'implicateur, la procédure suivie par le sujet, et de celà existe une preuve d'ordre psycholinguistique : que P Q soit traité comme (ÿP)Δ(Q) explique que la compréhension de l'implication soit plus accessible quand l'antécédent P a été préalablement posé dans le discours comme cela est requis dans le traitement de la négation qui "présuppose" la version positive (Caron, 1983 : 220 et 192). C'est ici que nous rencontrons l'affinité signalée *supra* entre le glissement de à et la négation : le renvoi de P Q à (ÿP)Δ(Q) invite à envisager une activation préalable de la négation. Plus, comme ÿ P présuppose P (au moins sur le plan psychologique), (ÿP)Δ(Q) présuppose P, et donc P Q présuppose P. D'où le fait qu'une évocation non rigoureuse de l'implication P Q invite à considérer qu'implicitement est aussi évoqué l'antécédent P, ce qui pourrait expliquer la prolifération des nombreuses utilisations illégitimes du détachement observées en langue naturelle (l'énonciation de l'implication valant ainsi énonciation de son antécédent).

Quoiqu'il en soit, il est manifestement nécessaire d'examiner les connecteurs primitifs (ici au sens généalogique) , ∆ et ÿ avant de s'interroger sur le fonctionnement de l'implicateur et les dysfonctionnement éventuels de sa mise en œuvre en langue.

II. Inclusivité et exclusivité de la disjonction

II.1. Un rapide examen de la disjonction centré sur l'alternative entre son interprétation inclusive et son interprétation exclusive et mené dans une perspective pragmatique va permettre de proposer une modification de la transcription logique de l'implication langagière.

II.2. La fixation du sémantisme de la disjonction, au moyen des définitions syntaxiques de la règle d'introduction IN∆ et de la règle d'exploitation EX∆ selon la Déduction Naturelle, s'est faite indépendamment de toute considération engageant l'un ou l'autre des autres connecteurs. C'est la raison pour laquelle ces règles s'accordent avec une signification inclusive, l'introduction d'une disjonction à partir de la saisie préalable d'un de ses arguments n'ayant aucune raison de n'être autorisée que dans le cas où l'autre argument serait lui préalablement nié (on introduit P∆Q à partir de P déjà établi, par exemple, que Q soit préalablement établi ou non, que ÿQ le soit ou non), tandis que l'exploitation d'une disjonction conçue comme telle, c'est-à-dire sans information interne signalant lequel de ses deux arguments est vérifié, nécessite l'établissement de deux déductions initialisées hypothétiquement en ses deux arguments et ne saurait imposer que de ces deux déductions l'une doive être tenue pour infondée (on exploite P∆Q en établissant R dès que R se déduit d'une part de P et d'autre part de Q, sans invoquer aucune information sur le rôle de P et de Q dans l'établissement de P∆Q, le cas le plus intéressant étant celui où la disjonction correspond à une alternative toujours vraie sans qu'aucun de ses termes ne soit toujours vrai). Autrement dit, la définition précise, en ce qu'elle est isolée, des conditions de maniement correct de la disjonction incline naturellement vers la conception inclusive où les deux arguments qu'elle met en relation peuvent être l'un et l'autre reconnus comme vrais.

L'analyse du système booléen, réduit à la paire disjonction/conjonction, confirme la primauté de la conception inclusive : si une conception exclusive devait être défendue (et pourquoi ne pas envisager ce cas de figure qui reviendrait à accorder une autre table de vérité à la disjonction parmi les tables binaires disponibles), elle serait incompatible avec le principe de dualité qui charpente les algèbres de Boole, en ruinant par exemple les lois de De Morgan. Plus précisément, si les règles associées à font de la conjonction (pour la déduction) un antécédent commun de ses deux arguments, antécédent très particulier au sens où tout antécédent commun de ces deux arguments sera nécessairement un antécédent (pour la déduction) de la conjonction (en termes ensemblistes, $P \leftrightarrow Q$ est une partie incluse dans P et dans Q, particulière au sens où toute partie qui serait incluse dans P et dans Q doit être incluse dans l'intersection $P \leftrightarrow Q$ qui est ainsi la plus grande partie, au sens de l'inclusion, qui soit incluse à la fois dans P et dans Q : on dit que $P \leftrightarrow Q$ est la borne inférieure inf(P,Q) selon l'inclusion, du doubleton {P,Q}), il est bienvenu que les règles associées à Δ fassent de la disjonction (pour la déduction) un conséquent commun de ses deux arguments, conséquent très particulier au sens où tout conséquent commun de ces deux arguments sera nécessairement un conséquent (pour la déduction) de la disjonction (en termes ensemblistes, $P \approx Q$ est une partie contenant P et Q, particulière au sens où toute partie qui contiendrait P et Q doit contenir la réunion $P \approx Q$ qui est ainsi la plus petite partie, au sens de l'inclusion, qui contienne à la fois P et Q : on dit que $P \approx Q$ est la borne supérieure sup (P,Q), selon l'inclusion, du doubleton {P,Q}). Les facilités de calcul indispensables à une bonne simulation en machine reposent sur ce caractère symétrique de bornes respectivement inférieure et supérieure attribué, dans l'ordre naturellement sous-jacent aux déductions, à la conjonction et à la disjonction.

Il est donc clair que la disjonction logique est naturellement inclusive, tant qu'on la considère en soi, c'est-à-dire sans tenir compte de l'orientation que le sujet logique donne à son raisonnement en sélectionnant tel ou tel opérateur pour exprimer l'état de sa réflexion.

II.3. C'est la *considération du sujet raisonnant* qui introduit dans la réflexion sur le calcul logique une dimension tactique qui conduit à inclure la problématique formelle de ce calcul dans une problématique plus générale : le sujet raisonnant sélectionne, en fonction des informations disponibles et de la visée qui finalise sa démarche, telle ou telle formulation, parmi plusieurs disponibles dans l'espace redondant des possibles, pour tel état logique de son raisonnement. Cette sélection dépend de l'exploitation logique qu'il entend effectuer, tout comme l'ensemble de sa réflexion en cours dépend en fait de la conclusion qu'il vise, d'où l'idée de situer naturellement la description objective du calcul logique dans une appréhension *pragmatique* plus générale qui la subordonne aux conduites des raisonnements. La présentation que nous avons retenue en suivant les canons de la Déduction Naturelle facilite l'appréhension de cette liberté du sujet qui commande la succession des expressions qu'il va successivement évoquer. La pratique de ce système manifeste bien en effet que la construction des déductions est régressive, les expressions y intervenant dépendant globalement de la forme des conclusions et localement de la forme des stades ultérieurs (tout sujet qui pratique la Déduction Naturelle découvre rapidement que l'établissement détaillé d'une déduction ne s'effectue pas des hypothèses vers la conclusion mais s'écrit régressivement à partir de l'observation minutieuse de la conclusion (on peut illustrer ce phénomène en songeant à la démarche qu'on suit lorsqu'on désire se rendre d'un lieu à un autre : si la localisation du point de départ est importante, ce n'est pas elle qui détermine l'itinéraire mais bien plutôt la localisation du point d'arrivée). C'est seulement la phase seconde de présentation rédigée de la déduction qui s'ordonne, elle, de l'hypothèse à la conclusion. La conception régressive de l'établissement des déductions est d'ailleurs le point où se rapprochent les deux systèmes de Gentzen, la Déduction Naturelle et le Calcul des Séquents).

Dès qu'on examine la question dans la perspective pragmatique que nous préconisons, on constate que le caractère inclusif de la disjonction logique va être inhibé : dans la mesure où le sujet logique sait que les deux arguments qu'il désire relier sont vrais l'un et l'autre, il n'emploiera pas la disjonction (ce qui serait néanmoins logiquement correct) mais la conjonction (ce qui est tout autant logiquement correct) parce que la conjonction exprime mieux l'information disponible que ne le ferait la disjonction. C'est en quelque sorte la *co-disponibilité* de la disjonction et de la conjonction qui conditionne rationnellement le choix qui est celui du sujet logique. Cette analyse corrobore très naturellement des observations psycholinguistiques classiques (Naess, 1962).

II.4. Sur le plan de la transcription formelle, il y a là une invitation à modifier la formulation qu'on associe habituellement à une disjonction langagière. Dès qu'on attribue un caractère exclusif aux énoncés disjonctifs, une disjonction du type

(7) P OU Q

n'aura plus comme forme logique réduite

(7') P∆Q

mais plutôt

(7'') (P∆Q)   ÿ(P   Q)

forme logique exprimant la conjonction de la transcription booléenne de la disjonction et de la négation d'une conjonction qui vaut déclaration d'exclusivité et que nous appellerons la *clause d'exclusivité de la disjonction.*

Nous allons voir qu'une telle transcription, qui préserve les possibilités de traitement automatique puisqu'elle est exprimée au moyen des seuls opérateurs classiques, suggère un certain nombre d'observations fort intéressantes. On notera que, dorénavant, il est indispensable de distinguer un premier niveau de formalisation, assez fruste, décrivant la conjonction (au sens grammatical) OU en langue, d'un second niveau qui est le niveau opératoire classique où intervient la disjonction logique Δ. On distinguera selon le même principe SI... ALORS de , et ET de .

III. Analyse de l'implication en langue

III.1. L'application que nous allons maintenant donner de la proposition de transcription logique de la disjonction linguistique que nous venons de présenter concerne le statut de l'implication linguistique. En tenant compte à la fois de la représentation ensembliste de l'implication (voir notre première section) et de la transcription logique de la disjonction linguistique par la coordination d'une disjonction logique et d'une clause d'exclusivité (voir notre seconde section), et en jouant de l'opposition entre les deux niveaux de formalisation que nous venons de distinguer (toujours notre deuxième section *in fine*), on peut établir la chaîne suivante de transformations formelles :

(8) SI P ALORS Q
(8') P Q
(8'') (ÿ P)Δ(Q)
(8''')(ÿP) OU Q
(8'''') [(ÿ P)Δ(Q)] [ÿ((ÿ P) (Q))]

où (8'''') exprime la conjonction de la transcription inclusive de (8''') et de la clause d'exclusivité qui doit lui être pragmatiquement associée.

On mêle ainsi délibérément transcription strictement booléenne des opérateurs et transcription langagière : toute expression langagière étant susceptible de se réécrire en termes booléens selon une réduction logique des plus traditionnelles (passage de 8 à 8', de 8''' à 8''''), on s'autorise systématiquement la manœuvre inverse consistant à exprimer en langue toute expression booléenne (passage de 8'' à 8'''). La simplification qui résulte de cette double opération devrait contribuer à en justifier le deuxième mouvement, étant entendu que nous cherchons par là à faire interférer, de façon encore maladroite, des contraintes de la logique mathématique (calcul booléen) et des contraintes de ce qu'on peut appeler une logique pragmatique (prenant en compte les tactiques de raisonnement des sujets).

III.2. Ce qui est alors remarquable, c'est le fait que l'expression de la clause d'exclusivité maintenant repérée est logiquement équivalente à l'implication Q P en vertu de la synonymie déjà citée en I.5. :

Q P + ÿ [Q (ÿP)]

d'où

Q P + ÿ [(ÿP) Q]

en vertu de la commutativité de la conjonction logique.

Autrement dit, il apparaît qu'admettre le jeu relatif des niveaux de formalisation pour analyser l'implication en langue invite en retour à voir dans la transcription finalement proposée une certaine justification du renversement problématique de l'implication langagière qui nous préoccupait, en poursuivant notre enchaînement :

(8'''') [(ÿ P)∆(Q)] [ÿ((ÿ P) (Q))]
(8''''') [(ÿ P)∆(Q)] [Q P]

d'où, par une simple exploitation de la conjonction (EX), et un retour à la langue :

(8'''''') Q P
(8''''''') SI Q ALORS P

De façon à rendre plus évident la manipulation sous-jacente, reprenons une dernière fois notre exemple fétiche :

(1) *Si tu ne manges pas ta soupe, tu n'auras pas de dessert*

L'expression langagière disjonctive logiquement équivalente est :

(9) *Tu manges ta soupe OU tu n'auras pas de dessert*

(on a simplifié ici la double négation du premier argument par exploitation (EX ÿÿ) pour alléger l'expression). Si le OU était ici inclusif, le fait de manger sa soupe n'entrainerait pas nécessairement la négation du deuxième argument et pratiquement la consommation du dessert, puisque la vérité du premier argument n'est pas incompatible dans ce cas avec la vérité du second. Au contraire si le OU est ici exclusif, le fait de manger sa soupe entraîne nécessairement la consommation du dessert car la vérité du premier argument d'une disjonction exclusive impose la fausseté du second. Un tuteur quelque peu perverti par un respect du caractère booléen donc inclusif de la disjonction pourrait jouer sur ce respect pour, après avoir déclaré (9), ne pas donner de dessert à qui serait une victime supplémentaire de l'apprentissage forcé de la logique par voie alimentaire. Laquelle victime pourrait tout de même faire remarquer que si telle était l'interprétation de (9) dès le début il aurait été linguistiquement préférable, pour ne pas dire obligatoire, de déclarer :

(10) *Tu manges ta soupe ET tu n'auras pas de dessert*

Quoiqu'il en soit, les observations effectuées illustrent bien le fait qu'une meilleure analyse de la disjonction en langue convoque à la fois une compétence logique et une compétence pragmatique portant sur l'exercice même de la compétence logique.

III.3. Il ne faudrait pas croire que l'analyse est réversible et permet par exemple d'envisager de partir de OU ou de ET pour introduire une implication en utilisant des synonymies : c'est l'antériorité (psychologique et logique) de Δ et de vis-à-vis de qui fonde l'analyse de l'implication en termes de disjonction et de conjonction. On ne voit aucune raison, sauf à systématiser mathématiquement notre approche, pour justifier d'éventuelles réécritures de Δ et de selon

III.4. L'explication que nous proposons, et qui vient s'ajouter aux autres tentatives d'élucidation préalablement repertoriées, manifeste deux choses. Premièrement, on peut continuer à se servir de la logique la plus classique, en inventant une autre manière de l'utiliser, pour examiner une situation qui en première approximation semble ne pas pouvoir être ainsi analysée. Deuxièmement, une saisie pragmatique de la dite situation peut être sériée de façon à limiter l'incidence pragmatique à l'exercice de la combinatoire logique, ce qui permet de tenir à l'écart des paramètres linguistiques (personnalisation, temps, interlocution,...) qui ne sont pas partie prenante dans le phénomène étudié ici.

Conclusion

L'analyse que nous venons de présenter suggère plusieurs développements.

Sur le plan linguistique, il serait certainement très intéressant d'examiner ce qui se passe dans des langues qui distinguent la disjonction exclusive de la disjonction inclusive comme le latin ou le portugais.

Sur le plan logique, il serait intéressant de réactiver le rôle de la représentation ensembliste : qu'elle ne soit pas globalement adéquate du fait des cardinalités différentes de l'ensemble infini dénombrable des propositions et de tout ensemble de parties d'un ensemble (nécessairement fini ou bien infini non-dénombrable en vertu du théorème de Cantor) ne saurait la condamner tant qu'on pense en termes de représentations locales, lesquelles représentations locales sont sans doute bien appropriées à la description schématique des conditions d'apprentissage et de maîtrise des techniques linguistiques puis logiques de raisonnement.

Sur le plan cognitif, le jeu que nous avons pratiqué entre niveaux de formalisation mériterait sans doute d'être précisé de façon à intégrer ce qui relève du pur calcul et de ses contraintes matérielles (qu'elles soient automatiques ou organiques) et ce qui relève de la faculté d'énonciation du sujet émergeant à la conscience dans une situation d'interlocution rationnelle.

Plus profondément, notre proposition d'élucidation du renversement de l'implication linguistique, en terme d'exploitation de la clause d'exclusivité participant de la disjonction linguistique exprimant l'implication, au-delà de son intérêt propre, justifie la considération d'une pragmatisation de la logique. La logique en tant que syntaxe codifiant des données sémantiques minimales n'est indépendante de sa maîtrise par un sujet que dans la mesure où est développée une compétence objective. L'observation des faits, et surtout de ceux qui manifestent que des phénomènes rebelles à l'explication objective, comme celui qui vient de nous occuper, deviennent explicables en subordonnant la compétence objective à la libre profération intersubjective des signes et de leurs combinaisons, invite à reconsidérer la place de toute syntaxe formelle, et de toute sémantique finalement ordonnée à l'établissement de cette syntaxe, dans une pragmatique intégrante qui ne peut être que transcendantale (Apel, 1981).

Jean-Emmanuel TYVAERT
Centre d'Analyse Syntaxique
Université de Metz - Faculté des Lettres et Sciences Humaines
57045 Metz Cedex 1

Bibliographie

APEL K.O. (1981) La question de la fondation ultime de la raison. *Critique*, n° 413, pp. 895-928.

BETH E.W. et *alii* (1962) *Implication, formalisation et logique naturelle.* Paris, PUF .

CARON J. (1983) *Les régulations de discours.* Paris, PUF.

CORNULIER B. de (1983) If and the presumption of exhaustivity. *Journal of Pragmatics*, n° 7, pp. 247-249.

CORNULIER B. de (1985) *Effets de sens*. Paris, Minuit.

DUCROT O. (1980) *Les échelles argumentatives.* Paris, Minuit.

EVANS J.St.B.T. (1973) On the problems of interpreting reasoning data : logical and psychological approaches. *Cognition*, n° 1(4), pp. 373-384.

FITCH F.B. (1952) *Symbolic Logic.* New-York, The Ronald Press Co.

GENTZEN G. (1955) *Recherches sur la déduction logique* (Traduction et commentaires FEYS R. et LADRIERE J.). Paris, PUF (original 1934 en allemand).

GRIZE J.B. (1969/1972) *Logique moderne*. Paris, Gauthier-Villars.

JAYEZ J. (1988) *L'inférence en langue naturelle*. Paris, Hermès.

JOHNSON-LAIRD P.N. et TAGART J. (1969) How implication is understood. *American Journal of Psychology*, n° 82, pp. 367-373.

McCAWLEY J.D. (1981) *Everything that linguists have always wanted to know about logic...* Oxford, Blackwell.

NAESS A. (1962) L'emploi de la disjonction chez les adolescents, *in* BETH et *alii*, pp. 151-164.

WASON P.C. (1969) Structural simplicity and psychological complexity : some thoughts on a novel problem. *Bulletin of the British Psychological Society*, n° 22, pp. 281-284.

WASON P.C. et JOHNSON-LAIRD P.N. (1972) *Psychology of reasoning : structure and content.* Londres, Batsford.