Intellectica, 1994/2, 19, pp. 187-216

Pascal BOLDINI

Morphismes et catégories : une lecture formelle de Piaget

1. Introduction

Cet article présente une formalisation dans le cadre de la théorie mathématique des ◡catégories′[1] des thèses de Piaget et de ses collaborateurs sur la formation des catégories au sens psychologique du terme. La légitimité d'une telle approche formelle nous est apparue à la lecture de *Morphismes et Catégories* (Piaget, 1990). Les études contenues dans cet ouvrage prolongent les *Recherches sur les correspondances* (Piaget, 1980) en mettant l'accent sur la transformation des correspondances ; c'est dans ce cadre que se fait la rencontre entre la théorie piagétienne des morphismes, et la théorie mathématique des ◡catégories′. Du point de vue de l'épistémologie génétique il est essentiel que les mathématiques aient thématisé des notions que l'on retrouve dans l'explication des mécanismes élémentaires de la psychogenèse. Ces notions sont essentiellement celles de correspondances entre correspondances et de transformations de correspondances. La théorie mathématique des ◡catégories′ est toute entière issue de cette recherche de correspondances “naturelles” entre structures ; les développements qui ont suivi le travail séminal d'Eilenberg et MacLane (Eilenberg, 1945) (intitulé rappelons-le *General Theory of*

[1] Pour distinguer clairement les usages techniques et non techniques des expressions du langage catégorique, nous adoptons la convention : tout terme technique pouvant prêter à confusion est entouré des symboles, ◡ et ′.

natural equivalences) ont fait de cette théorie la théorie des constructions mathématiques.

Source de modèles, la théorie mathématique permet à Piaget de préciser sa conception sur la formation des catégories : il y a catégorie lorsque le sujet compose librement les morphismes (pris au sens psychologique) et élabore les morphismes identiques ; c'est-à-dire lorsque la structure des morphismes vérifie les axiomes de la théorie mathématique. Là s'arrête l'approche formelle. Il nous a semblé possible et souhaitable d'aller plus avant dans cette direction, d'autant plus que Piaget donne dans son analyse psychologique de précieuses indications. Possible, car la théorie mathématique des ∪catégories′ a élaboré nombre de concepts qui rendent compte avec une très grande précision des étapes essentielles de la genèse des catégories au sens de Piaget. Souhaitable car ces résultats montrent un Piaget profondément catégoricien dans le détail de son argumentation psychologique.

L'intérêt de ce travail est de montrer que la ∪catégorie′ mathématiquement pertinente dans ce modèle n'est pas la catégorie psychologique naïvement mathématisée par un artifice notationnel. La ∪catégorie′ essentielle pour nous, sera une ∪catégorie′ dérivée des interprétations fondamentales du modèle : *la Ècatégorie¢ des morphismes relatifs à un Èobjet¢*[1], dont la complétion par limites inductives correspondra exactement à la construction de l'identité de l'objet. Ce sont les constructions effectuées dans cette ∪catégorie′ qui permettent de donner un sens mathématique à la composition des morphismes, en précisant l'idée piagétienne selon laquelle la composition est une production de nouveaux morphismes de niveau supérieur.

Après une présentation assez détaillée de la théorie psychologique, et notamment des trois étapes *intra*, *inter* et *trans*, nous présentons les concepts mathématiques de *foncteurs*, *transformations naturelles* et *limites* nécessaires à la modélisation. Motivées de manière intuitive, les notions mathématiques sont définies et utilisées de manière très formelle tant est nécessaire la

---

[1] Le rôle important de cette ∪catégorie′ m'a été signalé par J.-P. Barthélemy.

stricte distinction entre les concepts piagétiens dérivés des mathématiques et les concepts proprement mathématiques. Notons enfin que c'est dans l'article *Morphismes et transformations dans la constructions d'invariants* (Henriquès, 1990) de Gil Henriquès que nous avons trouvé les clés pour un traitement formel des mécanismes de construction mis à jour par Piaget.

2. Comparer et transformer

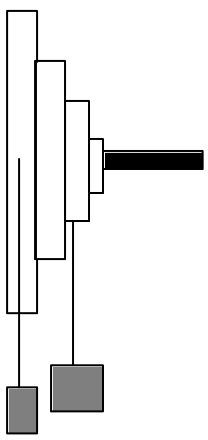
Ces "*deux fonctions principales de la raison en ses créations*" (Piaget, 1990 : 15) comme les qualifie Piaget, ne relèvent pas de la même approche mathématique. La formalisation en termes catégoriques ne pourra exprimer que les morphismes, ces "*instruments de comparaison, à la fois transformables en leurs formes et non transformants quant à leurs contenus*" (Piaget, 1990 : 15), ces morphismes pourront suivre ou préparer les transformations mais ne doivent pas être confondus avec celles-ci. Le formalisme catégorique va nous permettre de capturer les formes nécessaires d'organisation catégorielle, mais laissera de côté les transformations quant à leur contenu. Ce que l'on peut considérer comme une limitation, est l'expression d'une nécessité dont l'épistémologie génétique rend compte. En effet, comparaisons et transformations sont des opérations de nature différente au plan psychologique, mais elles tendent à se confondre dans les théories scientifiques les plus abstraites comme les théories algébriques où les morphismes sont à la fois instruments de transfert et instruments de comparaison de structures.

Dans les sections qui suivent, nous présentons les phases principales des processus cognitifs mis en œuvre, et introduisons les concepts opératoires qui en rendent raison.

2.1. Concepts clés

Auparavant, il peut être utile de rappeler quelques concepts fondamentaux de la psychologie piagétienne. Le concept le plus important pour notre étude est celui de *schème* : ce concept est un concept primitif de la théorie piagétienne, il s'agit d'une totalité organisée dont le propre est de se conserver en incorporant à elle les objets favorables à son fonctionnement (*assimilation*) et de se différencier en s'adaptant aux objets nouveaux (*accommodation*). Comme le montrent les observations rapportées dans *La naissance de l'intelligence chez l'enfant* (Piaget, 1977), le moment essentiel du développement cognitif est celui de la *coordination* des schèmes, où l'enfant va coordonner le schème de la succion avec celui de la vision, puis celui de la vision avec celui de la préhension, etc.

Dans la théorie piagétienne ce moment du progrès cognitif est nécessaire, et se retrouve même dans les opérations les plus abstraites. L'objectivité des objets physiques, qui entraîne l'élaboration des notions abstraites comme l'espace et le temps, dépend de la coordination des schèmes sensorimoteurs auxquels ils sont assimilés. Il en va de même pour les concepts et les schèmes conceptuels : dans une expérience illustrant le concept physique de *moment*, comme celle rapportée dans *Morphismes et catégories* (Piaget, 1990), et qui consiste à accrocher des poids différents sur des disques de tailles différentes solidaires d'un axe, de manière à mettre le système en équilibre (voir la figure ci-après) ; on voit que dans un premier temps l'enfant échoue parce qu'il assimile le dispositif au schème de la *balance* en plaçant les poids de part et d'autre des mêmes disques. Puis, il coordonne ce schème avec des



schèmes ordinaux (le plus petit poids avec le plus petit disque, ou le plus petit poids avec le plus grand disque, etc.) construisant ainsi de nouvelles significations (des *morphismes*), qui l'amènent à effectuer de nouvelles opérations sur le système. Ces nouvelles actions (appelées *transformations morphismiques*) sont en fait des actions portant sur les significations dégagées lors de l'étape précédente, ici les correspondances entre poids et diamètres. Ainsi les expériences ou les calculs auxquels il se livre portent sur le système informé par les résultats de la coordination des schèmes. La réussite dans la tâche imposée et la maîtrise pratique du concept qui en découle, s'accompagne de verbalisations témoignant de l'aptitude des sujets à opérer virtuellement et de manière réversible sur le système (“si je fais ceci… alors…”).

2.2. Intra, inter, trans

Nous introduisons maintenant les termes techniques utilisés par Piaget et restituons de manière plus précise les détails de sa démonstration. La dimension épistémologique de notre travail nous l'impose : la pensée piagétienne nous paraît être catégoricienne (au sens mathématique du terme) dans la mesure où ce sont ses concepts les plus techniques qui épousent les concepts mathématiques.

Nous avons vu que les objets sont tout d'abord assimilés aux schèmes du sujet, les correspondances qui se tissent à ce niveau sont qualifiées *d'intramorphiques*, les objets n'ont pas d'identité individuelle et se correspondent par le seul fait d'être assimilés au même schème. Ensuite, les actions du sujet entraînent par accommodation des modifications des schèmes, les correspondances qui se tissent à ce niveau sont qualifiées *d'intermorphiques*.

> *“Il ne s'agit là que d'une mise en correspondance des correspondances elles-mêmes, donc de correspondances au second degré, se bornant à manifester la construction d'un même mécanisme de comparaison ou d'assimilation.”* (Piaget, 1990 : 220).

Enfin le sujet se met à opérer sur les morphismes en généralisant les opérations qu'il effectue sur les objets, les compositions de morphismes qui en résultent permettent la construction de la catégorie en tant que structure fermée pour la composition et dans laquelle la réversibilité opératoire est possible. Ces nouvelles correspondances qui se déduisent des opérations du sujet sont qualifiées de *transmorphiques*.

Si chaque niveau de correspondances est le préalable génétique du niveau supérieur, la présentation grossière qui précède ne doit pas laisser penser que ces constructions se hiérarchisent strictement ; en fait il s'agit de trois processus relativement autonomes en interaction permanente et en intégration croissante.

> *“(...) cette dualité initiale des transformations longitudinales et des correspondances transversales ne peut qu'aboutir à une solidarité croissante à partir des niveaux où les transformations opératoires se coordonnent en structures et où les correspondances se composent entre elles et engendrent ainsi des transformations morphismiques modifiant les instruments mêmes de comparaison.”*[1]

2.3. Invariants

Les trois étapes, *intra*, *inter*, et *trans*, se retrouvent dans tout processus cognitif de construction catégorielle, qu'il s'agisse de la psychogenèse ou de thématisations scientifiques et formelles. Nous pouvons préciser et motiver les caractérisations de la section précédente en mettant en évidence les invariants qui sont dégagés par l'activité cognitive. Ce sont ces constructions d'invariants très bien décrites par Henriquès (Henriquès, 1990) qui vont nous permettre de formaliser l'ensemble du processus. Henriquès distingue deux types d'invariants : *les invariants de remplacement* et *les invariants de transformation*. Les premiers apparaissent lorsque les objets sont assimilés à un même schème, les seconds apparaissent lorsque le sujet structure ses transformations et opère sur les morphismes. On voit donc que les invariants de

[1] (Piaget, 1990 : 224) Par référence à un arbre généalogique ou phylogénétique, Piaget appelle transformations *longitudinales* les transformations opératoires qui mènent d'un schème à l'autre, correspondances *transversales* les correspondances intermorphiques, et transformations *morphismiques* les opérations du sujet sur les morphismes.

remplacement et de transformation apparaissent respectivement aux niveaux intramorphiques et transmorphiques.

2.3.1. Invariants de remplacement

Nous avons dit que, lors de l'assimilation des objets à un même schème, se tissent des correspondances intramorphiques ; il faut cependant distinguer deux moments :

> *“L'attribution primaire de significations aux objets à partir de schèmes du sujet rend possible des mises en correspondance d'objets à objets en fonction de leur coassimilabilité aux mêmes schèmes. Cela représente un progrès considérable dans la direction de l'objectivation des formes, qui constitueront plus tard les invariants de remplacement pour le sujet. Mais ces invariants ne sont pas explicitement dégagés par un processus d'abstraction, et les formes ne sont donc pas constituées à ce moment. Quand nous aurons à considérer ce niveau élémentaire d'élaboration mentale, nous parlerons de << mises en correspondance prémorphiques >> (...)”* (Henriquès, 1990 : 186).

L'étape suivante est donc l'élaboration conjointe des morphismes et de la forme qu'ils transfèrent ; c'est cette forme qui constitue l'invariant de remplacement.

> *“Le propre des morphismes, au sens où nous les prenons ici, est, si on les compare aux correspondances prémorphiques précédentes, d'identifier dans les termes qu'ils relient la forme à transférer et d'en reconnaître la signification, pour la correspondance à établir. Tandis que les mises en correspondance prémorphique ne sont fondées que sur une communauté de significations essentiellement liée au fonctionnement, les morphismes au sens large où nous les prenons ici, sont des mises en correspondance transférant une forme. Les termes des correspondances deviennent ainsi, par construction, des objets “informés”, car ils sont thématiquement déterminés par la forme que transfère la correspondance en question.”* (Henriquès, 1990 : 186).

L'ensemble des objets et des morphismes relatifs à un schème donné forme alors une *précatégorie*. Ce qui caractérise une précatégorie c'est son ouverture : ouverture à l'adjonction de nouveaux objets, de nouveaux morphismes, et à la composition des morphismes, cette dernière opération étant encore très limitée[1]. Le sujet s'engage ensuite dans des activités de coordination puis de transformation des schèmes opératoires. Dans le premier cas il y a élaboration des morphismes du niveau intermorphique, dans le second il y a élaboration des morphismes qui sont les traces des transformations. Ce dernier point tout à fait fondamental est à l'origine des limitations du formalisme catégorique évoquées en introduction ; nous sommes en présence de deux ordres distincts relativement autonomes celui des comparaisons et celui des transformations. On distinguera deux types de morphismes à ce niveau : *les morphismes cotransformationnels* qui suivent les transformations, et *les morphismes protransformationnels* qui peuvent servir de projet à des transformations. Les invariants de transformation apparaissent lorsque les transformations mises en œuvre par le sujet forment une structure : c'est-à-dire lorsqu'il y a composition et transformation inverse, ceci permettant la construction des transformations identiques qui permettent de dégager les invariants de transformation.

2.3.2. Invariants de transformation

Il est important de bien distinguer les deux types d'invariants :

> *“Une différence importante entre les invariants de remplacement et les invariants de transformation réside en ce que, pour les premiers, chaque morphisme individuellement pris, transfère la forme, tandis que pour les seconds, seul un jeu de compensations complexes, d'abord partielles, puis complètes, permet d'y avoir accès. Aucune transformation individuellement prise ne saurait y suffire. C'est seulement sur le plan des systèmes de transformations que les invariants de transformation se constituent. Il y a là une importante différence de niveau par rapport aux invariants de remplacement.”* (Henriquès, 1990 : 192).

---

[1] Les axiomes des catégories au sens mathématique ne sont donc pas vérifiés. On peut dire que là s'arrête la formalisation piagétienne, qui en reste donc à un stade analogique. Une mathématisation véritable n'est possible qu'avec une définition mathématique de la composition des morphismes.

Comme les systèmes de transformations sont liés à l'acte et au temps, il ne peut y avoir de saisie totale du système que par *“la composition intemporelle des transformations virtuelles”* (Henriquès, 1990 : 193). Ceci n'est rendu possible que par l'interaction entre morphismes et transformations ; le système des morphismes étant appréhensible dans sa globalité, c'est par les opérations sur les morphismes, en tant que marques des transformations passées, que se construiront les transformations identiques marquées à leur tour par des endomorphismes (morphismes de l'objet sur lui même).

3. Limites inductives et limites projectives

Notre thèse est simple : *les concepts mathématiques qui capturent les notions d'invariant de remplacement et d'invariant de transformation sont respectivement celles de limite projective et de limite inductive***.** Seulement, pour avoir un intérêt scientifique, il faut que cette interprétation découle d'une mise en œuvre véritable des mathématiques ; en d'autres termes, la générativité propre aux mathématiques doit permettre la mise en évidence de propriétés et de contraintes non triviales.

Une approche abstraite et formelle est d'autant plus nécessaire, que dans ce domaine les confusions et les ambiguïtés sont aisées. En effet, l'usage de la théorie mathématique des ∪catégories′ introduit des entités formelles appelées ∪objets′ et ∪morphismes′, tout comme la théorie psychologique que nous étudions. Il est alors important de rappeler que pour Piaget l'objet en tant qu'entité individuelle est une construction et non pas une donnée. L'objet est une fin, car la construction catégorielle s'achève avec ce qu'il appelle l'individualité vraie et la généralité vraie.

A propos des enfants du stade I des symboles ludiques et combinaisons symboliques (1,6 - 4 ans) il affirme :

> *“Or, un caractère constant des << préconcepts >> de cet âge semble décisif à cet égard : l'enfant de ce niveau (...) ne parvient ni à la généralité ni à l'individualité vraies, les notions qu'il emploie oscillant*

> *sans cesse entre ces deux extrêmes et rappelant encore à cet égard la structure des schèmes sensori-moteurs ainsi que les images imitatives et ludiques qui en dérivent (...).* (Piaget, 1978 : 238).

Avant d'être individualisé l'objet psychologique n'est qu'une place dans un système de relations en constante évolution. C'est cette place et ces relations qui seront respectivement formalisées par les notions catégoriques d'∪objet′ et de ∪morphisme′. Pour cela il nous faut introduire quelques notions supplémentaires.

3.1. Catégories et foncteurs

DÉFINITION 3.1.1. Une ∪catégorie′ c est une collection de deux sortes d'entités, des ∪objets′ et des ∪morphismes′ (nous dirons flèches) entre ces ∪objets′, vérifiant les conditions suivantes :

- deux flèches f : A∅B et g : B∅C peuvent être composées en gf : A∅C ;
- pour tout ∪objet′ A il existe une flèche 1_A : A∅A telle que pour tout f : A∅B, on a : $f1_A$ = f = 1_Bf ;
- pour tout f : A∅B, g : B∅C, h : C∅D on a : (hg)f = h(gf).

DÉFINITION 3.1.2. Un foncteur covariant (resp. contravariant) F entre les ∪catégories′ a et b est une transformation qui envoie les flèches de a sur des flèches de b en respectant la source et le but de telle sorte que f : A∅A' est envoyée sur F(f) : F(A)∅F(A') (resp. F(f) : F(A')∅F(A)). En outre il doit préserver l'identité et la composition, c'est-à-dire :

$F(1_A) = 1_{F(A)}$, et F(gf) = F(g)F(f).

C'est la notion de foncteur qui permet de parler de ∪catégories′ de ∪catégories′ et même de la ∪catégorie′ des ∪catégories′. De nombreux objets mathématiques et de nombreuses constructions catégoriques peuvent être vus comme des foncteurs.

3.2. Transformation naturelle

DÉFINITION 3.2. Une transformation naturelle t entre deux foncteurs F, G : a∅b, est une famille de flèches t(A) : F(A)∅G(A) dans b, une pour chaque ∪objet′ de a, telles que le diagramme ci-dessous commute pour toute flèche f : A∅B, i.e. t(B)F(f) = G(f)t(A).

$$\begin{tikzcd}
F(A) \arrow[r, "t(A)"] \arrow[d, "F(f)"'] & G(A) \arrow[d, "G(f)"] \\
F(B) \arrow[r, "t(B)"'] & G(B)
\end{tikzcd}$$

Figure 1

C'est cette notion qui permet de parler de ∪catégories′ de foncteurs.

3.3. Limites projectives et limites inductives (définition fonctorielle)

Nous définissons de manière fonctorielle la notion de diagramme.

DÉFINITION 3.3.1. On se donne une ∪catégorie′ c et une ∪catégorie′ i appelée ∪catégorie-indice′, on appellera diagramme (i-diagramme) de c tout foncteur F : i∅c.

La notion de diagramme permet de se donner une collection d'∪objets′ et de flèches, dans une ∪catégorie′, sans hypothèses supplémentaires ; elle est donc à distinguer de la notion de ∪sous-catégorie′. Ainsi dans le diagramme de la figure II, on ne fait aucune hypothèse sur l'associativité des flèches ; ce diagramme pouvant être obtenu par divers foncteurs à partir de la ∪catégorie-indice′ i.

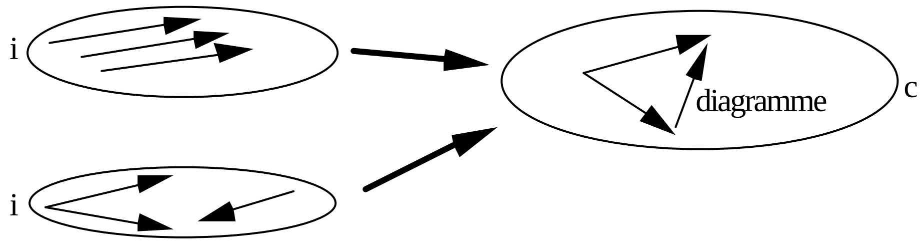


Figure II

Dans l'exemple ci-dessus nous n'avons représenté dans la ∪catégorie indice′ i que les flèches pertinentes pour les foncteurs considérés, les autres flèches de la catégorie sont envoyées de manière compatible sur les flèches identités.

Les diagrammes étant des foncteurs, nous allons formuler les notions de limites de manière purement fonctorielle.

DÉFINITION 3.3.2. Un ∪objet initial′ (resp.terminal) dans une ∪catégorie′ c est un ∪objet′ 0 (resp. 1) tel que pour tout ∪objet′ A il existe une flèche unique 0∅A (resp. A∅1).

DÉFINITION 3.3.3. Soit F : i∅c un foncteur, c'est-à-dire un diagramme de la ∪catégorie′ c. La limite projective (resp. inductive) de F est ∪l'objet terminal′ (resp. initial) de la ∪catégorie′ formée des couples (ø, t) où ø est un ∪objet′ de c, t : K(ø)∅F (resp. t: F∅K(ø)) une transformation naturelle, et K(ø) : i∅c le foncteur de valeur constante ø. La transformation naturelle t est appelée un cône (resp. un cocône).

Une limite projective (resp. inductive) est donc un ∪objet terminal′ (resp. initial) dans la catégorie des cônes “au dessus” d'un diagramme donné.

3.4. Limites projectives et limites inductives (une définition plus concrète)

Si l'on veut favoriser une bonne intuition des constructions, on peut exprimer les définitions de manière plus concrète (Rydeheard, 1988) en laissant de côté la ∪catégorie-indice′, et en ne considérant que la ∪catégorie′ c ; mais comme nous l'avons déjà souligné la modélisation utilisera la forme abstraite.

DÉFINITION 3.4.1. Un diagramme dans une ∪catégorie′ c est défini par

(i) un graphe (N, E, s, t) où N est l'ensemble des sommets, E l'ensemble des arêtes, et s, t : E∅N les fonctions associant respectivement à une arête son origine et son extrémité ;
(ii) deux fonctions f : N∅Obj(c), g : E∅Hom(c) qui respectent les sources et les buts, i.e :

pour toute arête e, $f(s(e))=s_c(g(e))$ et $f(t(e))=t_c(g(e))$, où s_c et t_c sont les flèches source et but dans c.

On note $?_n$ l'objet situé au nœud n, et $?_e$ le morphisme sur l'arête e.

DÉFINITION 3.4.2. Dans une ∪catégorie′ un cône (resp. un cocône) sur le diagramme ? (la base) est un ∪objet′ a (le sommet) avec pour chaque nœud n de ?, une flèche $\tilde{}_n$: a∅$?_n$ (resp. $\tilde{}_n$: $?_n$∅a) telle que pour toute arête e : m∅n dans ? le triangle ci-dessous commute.

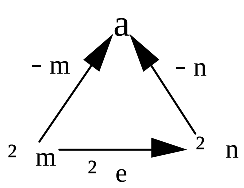


Figure III

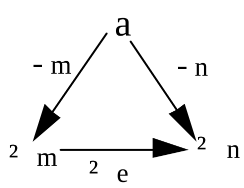


Figure IIIbis

DÉFINITION 3.4.3. Un morphisme de cônes (resp. de cocônes) sur le diagramme ? du cône ˜ n : a∅? n (resp. du cocône ˜ n : ? n∅a) vers le cône ˜ 'n : a'∅? n (resp. ˜ 'n : ? n∅a') est une flèche f : a∅a' telle que pour tout nœud n de ? le triangle ci-dessous commute.

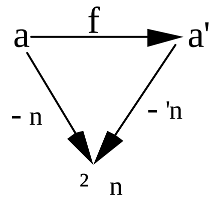


Figure IV

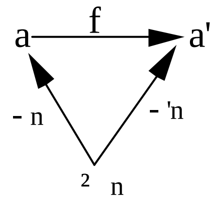


Figure IVbis

DÉFINITION 3.4.4. Une limite ou limite projective (resp. colimite ou limite inductive) d'un diagramme ? est un cône L (resp. un cocône L) sur ? tel que pour tout cône K (resp. tout cocône K) sur ?, il existe une unique flèche u : K∅L (resp. u : L∅K). Ce qui peut se représenter par :

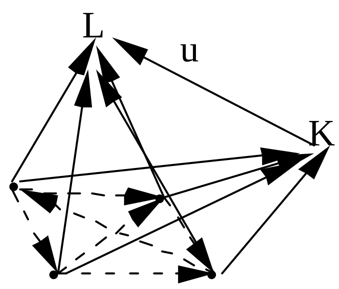


Figure V

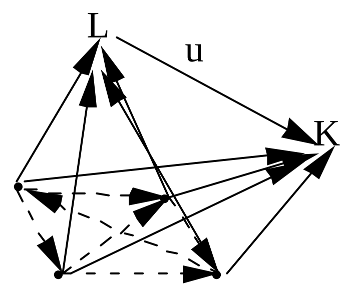


Figure Vbis

Remarque 3.4.5. Ces deux constructions fondamentales sont utilisées dans de nombreux domaines tant en mathématique qu'en informatique, parce qu'elles expriment deux idées importantes. Dans les deux cas on est en présence d'un objet unique en relation avec un système d'objets, mais suivant la nature du système deux situations se présentent :

Si le système d'objets est constitué d'objets indépendants (i.e. non liés par des relations) la limite projective est le produit et la limite inductive, la somme. Ce cas simple est exemplifié dans la catégorie des ensembles où la limite est le produit cartésien et la colimite, la somme disjointe ; c'est cette conception qui permet de concevoir certains types de données informatiques comme des objets catégoriques.

De la même manière, si l'on considère un système déductif comme une catégorie, le produit devient la conjonction et la somme la disjonction.

Si le système est composé d'objets dépendants, appellons *lien collectif,* pour reprendre la terminologie et l'analyse de A.C. Ehresmann (Ehresmann, 1987), l'ensemble des flèches entre les objets de la base du cône et le sommet. Si L est la limite projective du système ?, l' ensemble des liens collectifs entre les objets extérieurs et le système est en correspondance biunivoque avec l'ensemble des liens entre ces objets et L. Inversement si L est une limite inductive, l'ensemble des liens collectifs du système vers l'extérieur est en correspondance biunivoque avec les liens issus de L. Dans un lien collectif le comportement des objets du système est contraint par les liens qui les unissent, dans le cas de la limite projective ces liens entrainent une identification des objets alors que dans le cas de la limite inductive ils entrainent une différenciation de ceux-ci.

Dans les termes de la définition concrète, l'◡objet′ ø de la définition fonctorielle représente le sommet du cône (ou du cocône), tandis que la transformation naturelle t représente le lien collectif entre la base du diagramme et son sommet. Outre son intérêt technique pour les démonstrations, l'approche abstraite permet de considérer la ◡catégorie′ des diagrammes de c comme la ◡catégorie′ de foncteurs Fonc(i, c). La ◡catégorie-indice′ i joue un rôle essentiel dans la mesure où ses ◡objets′ seront les indices des objets pris au sens psychologique, lesquels n'apparaissent dans la ◡catégorie′ c qu'engagés dans des relations, c'est-à-dire toujours de manière relative. Pour préciser ces distinctions il est urgent d'entrer dans les détails de la construction.

4. Les catégories primitives

Les ◡catégories′ primitives de notre modèle mathématique sont les ◡catégories′ i et c.

• La ◡catégorie′ c est la ◡catégorie′ qui modélise l'activité du sujet, ses ◡objets′ et ses flèches modélisent respectivement les objets, et les prémorphismes et morphismes intervenant dans les schèmes du sujet. C'est au sein de cette catégorie qu'évoluent ces schèmes et que s'effectuent les opérations conduisant à l'individualisation des objets. Les ◡objets′ de cette catégorie représentent les objets “réels” ou mentaux engagés dans les processus qui les objectivisent.

• La ∪catégorie′ i a pour nous un rôle beaucoup plus technique, c'est elle qui va nous permettre en tant que mathématicien de *parler* des objets et de leurs relations. Pour parler d'un ∪objet′ engagé dans des schèmes en constante évolution, il faut au moins se donner une identité notationnelle : c'est le rôle des ∪objets′ de la ∪catégorie′ i. Un objet indicé ou repéré par l'∪objet′ A n'interviendra dans les constructions de c que sous une forme relative F(A) *i.e.* en tant qu'instance dans l'entité relationnelle qu'est le schème F. Quant aux flèches de cette ∪catégorie′ i elles nous donnent toutes les formes possibles de diagrammes construits dans c.

Pour des raisons qui apparaitront par la suite nous postulons :

(P1) La ∪catégorie′ c possède des limites projectives et inductives.

(P2) La ∪catégorie′ Fonc(i, c) possède des limites inductives.

5. Invariants de remplacement

Nous sommes à présent en mesure de construire notre modèle. Il se présente sous forme axiomatique, chaque axiome correspondant à une interprétation d'une entité formelle en un terme primitif de la théorie psychologique exposée précédemment. Les propriétés mathématiques dérivées de ces axiomes sont autant de contraintes formelles exprimant les étapes obligées de la construction de la catégorie au sens psychologique. Plus précisément, on montre que le processsus d'individualisation des objets (au sens psychologique) est modélisé par le processus de complétion d'une famille de ∪catégories′ (au sens mathématique).

5.1 Schèmes et prémorphismes

De manière graphique, l'assimilation d'objets non individualisés à un schème opératoire pourrait être représentée par une classe de flèches représentant les correspondances prémorphiques qui marquent simplement la coassimilabilité à un même schème.

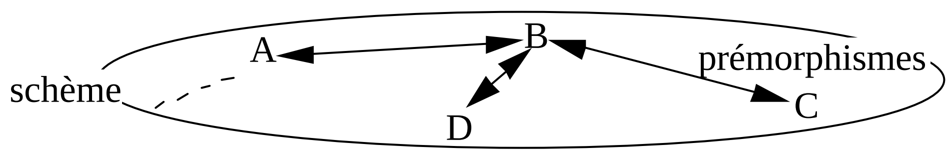


Figure VI

On voit que cette représentation absolutise à tort les objets engagés dans les relations, c'est pourquoi nous posons :

INTERPRÉTATION 5.1.1. Soit c une ∪catégorie′ et i une ∪catégorie-indice′, un schème est un i-diagramme de c, c'est-à-dire un foncteur F : i∅c, tel que, s'il existe une flèche F(f) : F(A)∅F(B), il existe alors une flèche F(g) : F(B)∅F(A). Les flèches F(f) sont appelées des prémorphismes.

Ce que nous représenterons par :

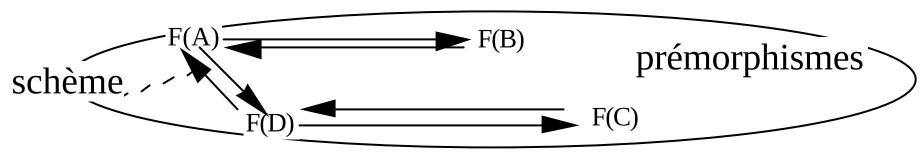


Figure VII

Nous sommes mieux à même d'apprécier les rôles respectifs des ∪catégories′ i et c. La ∪catégorie′ i est notre univers de discours, les objets au sens psychologique (*i.e.* ceux dont l'évocation nous contraint à postuler une identité) sont représentés par des ∪objets′ de i, leurs indices. La ∪catégorie′ c est la ∪catégorie′ dans laquelle est modélisée l'activité du sujet. Ses ∪objets′ représentent les objets (au sens psychologique) non-individualisés, et les objets mentaux construits par le sujet ; ses flèches représentent les prémorphismes et morphismes construits par le sujet.

Remarquons que si la coassimilabilité implique une symétrie dans l'existence des flèches, cela ne veut pas dire pour autant que les flèches soient inverses l'une de l'autre, ni qu'elles se composent.

Ceci tient au statut de la ‘catégorie-indice’ i, par exemple un diagramme élémentaire comme :

$$F(A) \rightleftarrows F(B)$$

Figure VIII

peut être un foncteur qui envoie deux flèches, de sources et buts distincts deux à deux, sur deux flèches aux sources et buts inverses.

Comme nous l'avons dit, à ce stade les prémorphismes du schème F représentent la coassimilabilité des objets au schème ; c'est cette interprétation que nous conserverons par la suite.

5.2. Morphismes et précatégories

INTERPRÉTATION 5.2.1. Si le schème F possède une limite projective ø, celle-ci est appelée l'invariant de remplacement ou la forme de F.

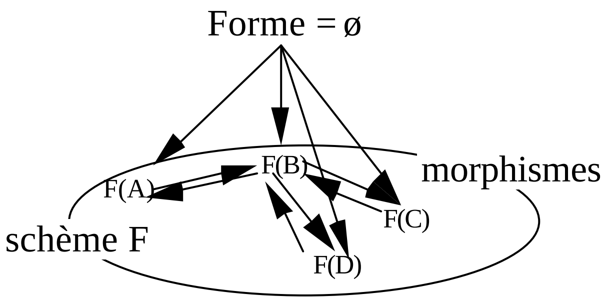


Figure IX

Conformément à l'interprétation des flèches de c, l'objet abstrait ø s'assimile à tous les objets du schème, il représente donc bien leur forme commune. De plus conformément à la définition de la limite projective, tout autre objet s'assimilant à l'ensemble du schème, c'est-à-dire un objet dont l'assimilation ne transformera pas le schème, s'assimilera nécessairement à ø. L'objet abstrait *forme* représente bien le schème en tant que totalité structurée et fermée. Comme nous l'avons vu en (2.3.1) c'est un même processus qui dégage l'invariant de remplacement et les morphismes. La relation symétrique caractéristique des prémorphismes est remplacée par l'unidirectionnalité des morphismes qui *informent* les objets assimilés au schème. Il est tout à fait remarquable que l'analyse psychologique, épouse à ce point la construction formelle ; dans sa définition abstraite, la limite projective est exactement un couple formé d'un ∪objet′ de c et d'une transformation naturelle. Nous poserons donc :

INTERPRÉTATION 5.2.2. Les morphismes relatifs à un schème F sont les flèches ø∅F(A) où ø est l'invariant de remplacement (la forme, la limite projective) du schème.

Du point de vue psychologique la collection de morphismes correspondant aux divers schèmes est très peu structurée, en particulier on n'assiste pas à ce stade à des compositions de morphismes. C'est pourquoi, *par analogie* avec la situation mathématique, Gil Henriquès propose d'appeler cette forme d'organisation mentale, une précatégorie. Les étapes suivantes vont mettre en lumière la façon dont ces morphismes vont se composer à travers la coordination des schèmes. Nous quittons donc l'*intra* pour l'*inter* ; mais avant d'effectuer ce saut, arrêtons-nous sur les morphismes relatifs à un objet donné.

5.3. La catégorie des morphismes relatifs à un objet

Si l'on considère un indice d'objet A dans la catégorie-indice i, on peut parler de la ∪catégorie′ des morphismes de A.

INTERPRÉTATION 5.3.1. La ∪catégorie′ des morphismes de A notée m_A, est la ∪catégorie′ dont les ∪objets′ sont les flèches ø∅F(A), où ø est la limite du foncteur F : i∅c, et dont les flèches sont les paires de flèches (ø∅F(A), ?∅G(A)) rendant commutatifs les carrés :

$$\begin{tikzcd} ø \arrow[r] \arrow[d] & Ž \arrow[d] \\ F(A) \arrow[r] & G(A) \end{tikzcd}$$

Figure X

Nous verrons par la suite que la construction des invariants de transformation correspond à la genèse et aux propriétés mathématiques de cette catégorie.

6. Correspondances intermorphiques

6.1 Correspondances entre deux schèmes

Considérons deux schèmes opératoires F et G, ainsi que leurs invariants de remplacement respectifs ø et ?. Nous avons vu (2.1) que les correspondances établies entre les deux schèmes manifestent simplement *"la construction d'un même mécanisme de comparaison et d'assimilation"* (Piaget, 1990 : 220). Les schèmes opératoires étant formalisés par des foncteurs, une correspondance entre deux schèmes sera formalisée par une transformation naturelle entre ces foncteurs.

INTERPRÉTATION 6.1.1. Une correspondance intermorphique entre les schèmes F et G est une transformation naturelle entre les foncteurs F et G.

PROPRIÉTÉ 6.1.2. A toute correspondance intermorphique entre les schèmes F et G, on peut associer une flèche unique entre leurs formes respectives ø et ?.

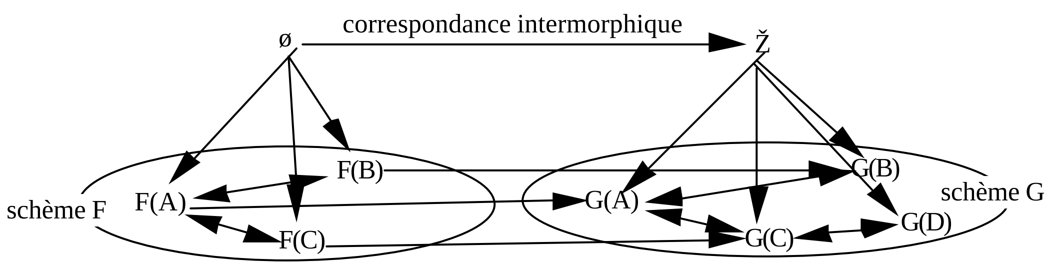


Figure XI

Cette propriété bien qu'immédiate est néanmoins une propriété *mathématique* de notre modèle. En effet de manière générale les transformations entre diagrammes ne "passent" pas à la limite projective (alors qu'elles "passent" à la limite inductive). Si cela s'avère possible dans notre cas c'est que les diagrammes formalisant les schèmes ont par définition une forte "connectivité". En termes plus techniques, les flèches entre les ∪objets′ du schème G sont telles que ø est sommet d'un cône de base G.

De plus il est aisé de voir que les correspondances intermorphiques engendrent des correspondances entre les formes, c'est-à-dire des morphismes dans les ∪catégories′ de morphismes m_A, m_B, m_C, etc.

PROPRIÉTÉ 6.1.3. A toute correspondance intermorphique entre deux schèmes F et G assimilant l'objet A, on peut associer une flèche unique dans la ∪catégorie′ m_A des morphismes de A.

6.2. Morphismes cotransformationnels

Avec la mise en correspondance des invariants de remplacement relatifs à divers schèmes opératoires le sujet manifeste une forme de réflexivité puisque c'est l'activité assimilatrice qui est thématisée en tant que telle. Il s'engage ensuite dans des activités transformatrices portant sur les objets, activités qui vont donc modifier les schèmes par accommodation et engendrer de nouveaux invariants de remplacement. Les correspondances intermorphiques qui se tissent *a posteriori* donnent naissance aux morphismes cotransformationnels. Remarquons que la définition adoptée pour les correspondances intermorphiques rend exactement compte de cette modification du schème lorsque un objet est transformé. La définition même d'une transformation naturelle implique que toute modification d'un objet entraîne des modifications des relations entre tous les objets, ceux-ci étant définis relationnellement ils se trouvent de fait transformés.

Si l'on s'intéresse aux diverses catégories m_A de morphismes relatifs aux objets, cette activité du sujet correspond à leur enrichissement en morphismes.

6.3. Les débuts de la coordination

Outre les comparaisons et les transformations, les correspondances intermorphiques marquent des processus d'assimilation d'un schème à un autre, ce qui est le premier pas vers la coordination des schèmes. Dans *La naissance de l'intelligence chez l'enfant* (Piaget, 1977), Piaget évoque à plusieurs reprises cette assimilation entre schèmes :

> *“(...) il faut admettre que les schèmes visuels et auditifs s'assimilent réciproquement : l'enfant cherche, en un sens, à écouter la figure et à regarder la voix. C'est cette assimilation réciproque qui constitue l'identification des tableaux visuels et des tableaux sonores, antérieurement aux solidifications plus complexes qui donneront naissance à l'objet et à la causalité.”* (Piaget, 1977 : 82-83).

> *“On voit en quoi consistent ces coordinations entre la vision et les premières réactions circulaires de la main et des doigts. On peut dire que les schèmes visuels tendent à assimiler les schèmes manuels sans que la réciproque soit encore vraie. En d'autres termes, le regard cherche à suivre ce que fait la main, mais la main ne tend en aucune manière à réaliser ce que voit le regard : elle ne parvient même pas à demeurer dans le champ visuel !”* (Piaget, 1977 : 91-92).

En restant fidèle à notre interprétation des flèches de c comme opérations d'assimilation, on voit en effet que la donnée d'une transformation naturelle (correspondance intermorphique) entre deux foncteurs F et G (schèmes) exprime exactement l'assimilation du schème F au schème G. Cette forme d'assimilation est le préalable génétique aux véritables coordinations entre schèmes relativement indépendants, c'est-à-dire entre schèmes reliés par des correspondances intermorphiques quelconques (voire sans liaison aucune). Pour cela il faut un mécanisme de coordination beaucoup plus puissant que la simple assimilation d'un schème à un autre.

7. Coordination des schèmes

Au niveau transversal que nous venons de formaliser, le sujet n'agit que sur les objets ; la formation des invariants de transformation devient possible lorsqu'il opère sur les morphismes. C'est la coordination des schèmes qui entraîne les premières opérations transmorphiques, puisque la création du nouveau schème coordonné se fait par la composition[1] active des morphismes des schèmes initiaux. La coordination des schèmes va de pair avec la structuration des transformations opératoires, les transformations morphismiques pouvant n'être que virtuelles, les nouveaux morphismes peuvent servir de projet à des transformations effectives, et réciproquement, des transformations plus structurées entraînent la coordination des schèmes. Du point de vue psychologique on passe des précatégories aux catégories lorsque le système des transformations est complet c'est-à-dire lorsque la libre composition des transformations directes et indirectes permet de dégager les transformations identiques.

> *"Il va sans dire qu'une transformation identique ne saurait se confondre avec l'absence d'activité transformatrice (...). Les transformations identiques, qui ne modifient d'aucune manière les objets sur lesquels elles portent, ne peuvent avoir qu'un statut épistémologique très particulier. Leur seule justification — et elle est puissante — réside dans la complétion des systèmes de transformations auxquels elles viennent s'adjoindre."* (Henriquès, 1990 : 194).

Au niveau des morphismes, la trace de cette complétude est la formation des invariants de transformation, qui détermineront l'identité des objets de la catégorie.

7.1. Coordination des schèmes

Pour nous c'est la construction de limites inductives qui formalise correctement l'opération de coordination des schèmes.

INTERPRÉTATION 7.1.1. Soit F_1, F_2,..., F_n des schèmes, leur schème coordonné est la limite inductive du diagramme de Fonc(i, c) dont

---

[1] Cette notion de composition est une notion psychologique, qui ne doit pas être confondue avec la composition formelle des flèches de nos catégories. Pour Piaget la composition est une opération *transmorphique* dans la mesure où elle transforme les morphismes initiaux.

les ∪objets′ sont F_1, F_2,..., F_n et les flèches, les correspondances intermorphiques entre ces schèmes.

Cette définition est très naturelle si l'on se rappelle (3.4.5) que la limite inductive représente la structure formée par les schèmes F_1, F_2,..., F_n, dans ses relations avec les autres schèmes. Par exemple si le diagramme de schèmes est assimilé à un schème G, nécessairement le schème coordonné sera assimilé à G. De même si l'un des schèmes coordonnés subit une transformation (accommodation à un nouvel objet), le schème coordonné est par définition transformé, le raisonnement étant analogue à celui effectué pour les limites projectives.

Pour parler de manière précise des diagrammes de Fonc(i, c), on pourrait introduire une seconde ∪catégorie-indice′ j, les diagrammes de foncteurs devenant alors des foncteurs Γ : j∅Fonc(i, c). De fait nous pouvons nous en dispenser car notre construction ne fera pas intervenir de diagrammes d'ordre supérieur. Nous retiendrons simplement que la possibilité de coor-

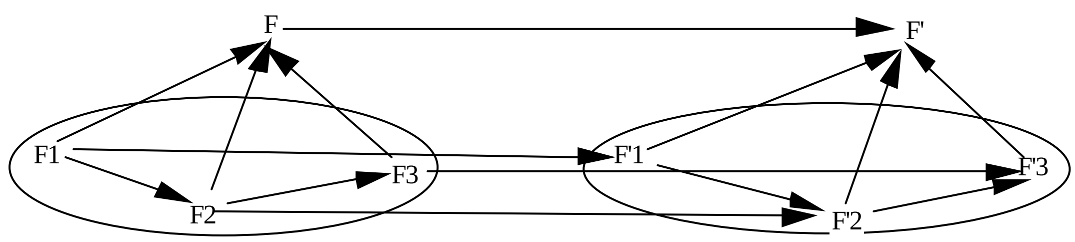


Figure XII

donner les schèmes est déterminée par l'existence de limites inductives dans la catégorie Fonc(i, c). Ce qu'il faut étudier à présent ce sont les implications au niveau des morphismes des opérations de coordination, sachant que pour Piaget, la coordination des schèmes est le préalable génétique aux opérations sur les morphismes, ce qu'il appelle les *transformations morphismiques*.

7.2. Transformations morphismiques

Considérons un diagramme de Fonc(i, c) possédant une limite inductive, autrement dit un système de schèmes F_1, F_2,..., F_n coordonnés par le schème F. Supposons que chaque schème possède un invariant de remplacement, que pouvons nous affirmer du schème coordonné ? En tant que schème il possède un invariant ø, alors la propriété (6.1.2) implique que ø soit le sommet d'un cocône pour le diagramme de c dont les ∪objets′ sont $ø_1$, $ø_2$, ..., $ø_n$ et les flèches, les flèches induites d'après la propriété (6.1.2).

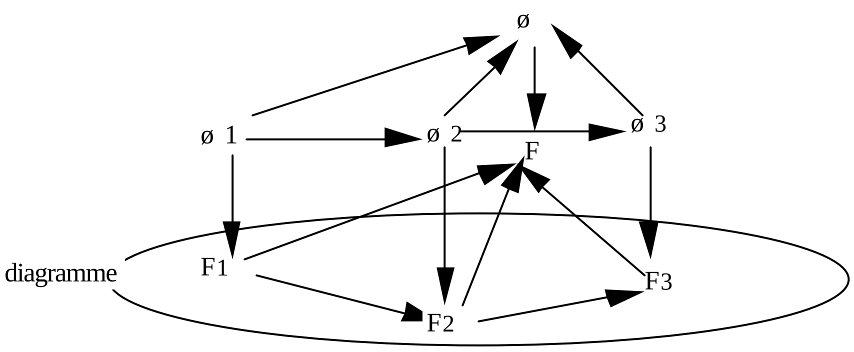


Figure XIII

Pour éviter toute confusion, notons que les flèches $ø_i∅F_i$ et $F_i∅F$ sont des transformations naturelles, c'est-à-dire des flèches de Fonc(i, c), alors que les flèches $ø_i∅ø_j$ et $ø_i∅ø$ sont des flèches de c.

La nécessaire existence d'un tel cocône légitime le postulat selon lequel la catégorie c possède des limites inductives. Appelons $ø_0$ la limite inductive du diagramme engendré par $ø_1$, $ø_2$, ..., $ø_n$, il existe alors une flèche unique u : $ø_0∅ø$.

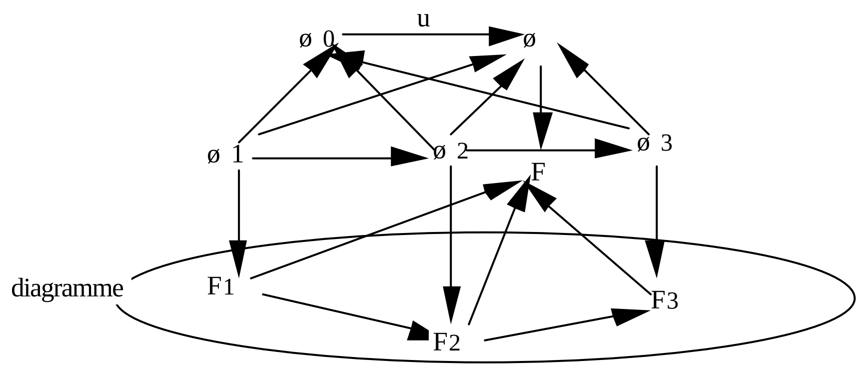


Figure XIV

En conclusion nous pouvons affirmer :

PROPRIÉTÉ 7.2.1. Soit Γ un diagramme de schèmes coordonnés en F, alors la limite inductive $ø_0$ des formes des schèmes de Γ s'assimile à la forme ø de F.

Si l'on considère maintenant les morphismes relatifs à un objet donné indicé par A, on voit que la coordination de divers schèmes assimilant A entraîne la construction de limites inductives dans la ∪catégorie′ m_A. En effet d'après la propriété (6.1.3), l'existence de flèches entre formes entraîne l'existence de flèches dans la ∪catégorie′ m_A. Ce que l'on peut représenter par :

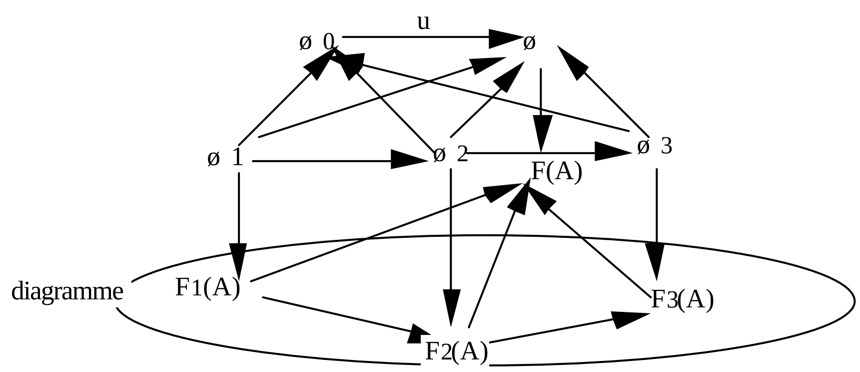


Figure XV

On montre alors :

PROPRIÉTÉ 7.2.2 : Soit Γ un diagramme de schèmes assimilant A et coordonné par F, le diagramme de morphismes induit par Γ dans la ∪catégorie′ m_A possède une limite inductive.

Preuve. Un diagramme de m_A est constitué d'∪objets′ $ø_i∅F_i(A)$ et de couples de flèches $(ø_i∅ø_j,\ F_i(A)∅F_j(A))$. La limite inductive de ce diagramme est $ø_0∅F(A)$, où F est la limite inductive des F_i et la limite inductive des $ø_i$. Nous savons que la flèche $ø_0∅F(A)$ existe par la propriété (6.2.1), le fait qu'elle soit limite inductive est trivial.

On voit donc se poursuivre la complétion de la ∪catégorie′ de morphismes m_A, avec la construction de nouveaux morphismes comme $ø_0∅F(A)$, par une opération spécifique aux morphismes. *Nous identifions donc les transformations morphismiques à la construction de limites inductives (dérivées de la coordination des schèmes) dans les Ècatégories¢ de morphismes.*

7.3. Morphismes protransformationnels

Nous assistons à travers ces premières coordinations à l'émergence des filiations longitudinales et stratifiées dont parle Piaget[1]; ce que nous pouvons représenter par :

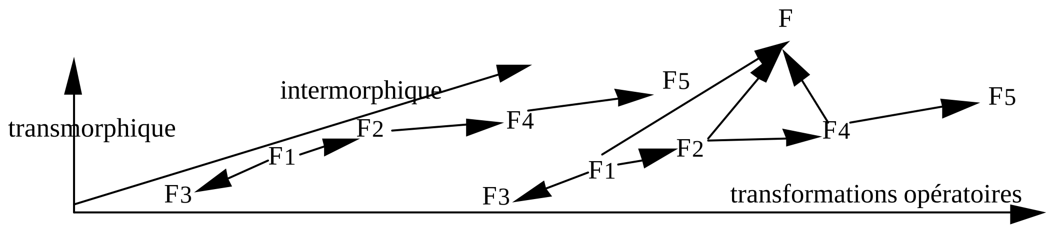


Figure XVI

La solidarité et l'intégration des divers types de correspondance va s'accentuer, avec un nouveau type de transformations, celles qui suivent les nouveaux morphismes obtenus par transformation morphismique. Ceux ci apparaissent donc comme les projets des transformations et sont appelés protransformationnels.

8. Invariants de transformation

8.1 La dynamique du processus d'objectivation

Avant de caractériser mathématiquement la construction des invariants de transformation qui assurent l'identité de l'objet, nous

---

1 "(...) les filiations verticales ou longitudinales expriment alors en diachronique les opérations et les transformations opératoires (car il s'agit bien en l'espèce, de productions réelles, dites même en langage biologique « reproductions »!). Les connexions ou parentés transversales (ou « collatérales »), traduisent en plus ou moins synchronique les correspondances ou morphismes de toute sorte qui ne modifient rien mais décrivent le résultat des filiations ou les comparent entre elles. Mais une troisième répartition est à considérer : c'est la superposition des étages ou stratifications, qui relient les systèmes transversaux distingués par générations successives ; cette superposition verticale et donc à nouveau diachronique d'étages horizontaux symbolise alors assez adéquatement les transformations morphismiques et la solidarité des relations de filiations et de parentés transversales." (Piaget, 1990 : 222-223).

devons montrer pourquoi ce processus d'objectivation présente une très grande variabilité suivant les objets.

Comme nous l'avons vu, c'est le progrès dans la coordination des schèmes qui permet d'individualiser les objets. Mais les schèmes ne sont pas des structures fermées, ils sont modifiés par toutes les accommodations aux objets nouveaux. Les correspondances intermorphiques, qui permettent la coordination des schèmes, identifient par définition des sous-structures communes aux deux schèmes, ce qui entraîne que les objets les moins bien assimilés (ceux qui ne participent pas aux sous-diagrammes mis en correspondance) ne participeront pas au processus de coordination. Leur assimilation complète au schème, entraînera une modification de celui-ci et par là même une modification du schème coordonné. On voit donc qu'ils seront objectivés plus tard que les objets les mieux assimilés. C'est pourquoi la construction de l'invariant de remplacement ne peut être étudiée que pour un objet donné, et non pas pour l'ensemble des objets de la catégorie.

Remarquons que cette conception dynamique de l'individualisation permet d'aborder dans un cadre piagétien les phénomènes de typicalité, les objets prototypes étant ici les premiers individualisés. Il faut cependant reconnaître que si la recherche d'une synthèse entre l'approche piagétienne, où la typicalité est prototypicalité et signe d'un défaut de généralité, et les approches où typicalité veut dire généricité, est un objectif de recherche stimulant, elle paraît *a priori* difficile.

8.2. L'invariant de transformation

Son existence est liée aux propriétés de la ∪catégorie′ de morphismes m_A. Ceci est en accord avec la conception piagétienne, où seuls des progrès au niveau des morphismes — c'est-à-dire au niveau de la coordination des schèmes — permettent l'objectivation du réel. L'invariant de transformation n'est pas un objet, c'est une propriété structurelle.

> “*Le sujet ne construit pas les invariants de transformation en arrêtant son activité transformatrice pour réfléchir de manière détachée sur l'identité permanente de l'objet. S'il en était ainsi, les invariants auraient toujours le caractère de formes statiquement transférables. Les invariants de transformation expriment l'enrichissement conceptuel des objets par les transformations identiques qui portent sur eux. Ce que le sujet identifie en chaque cas comme invariant de transformation n'est que le résultat de cet enrichissement conceptuel.* ” (Henriquès, 1990 : 194).

Les opérations étant marquées par les morphismes, cette propriété de la structure opératoire sera caractérisée par une propriété de la structure des morphismes. La structure des morphismes — la ∪catégorie′ des morphismes — doit être telle que les morphismes puissent se composer librement, et se déduire les uns des autres avec nécessité. Cette propriété est au sens strict une propriété de complétion. Dans la mesure où la composition des morphismes est pour nous la construction de limites inductives dans les catégories de morphismes m_A, nous posons :

INTERPRÉTATION 8.2.1. On dit que l'objet indicé par A possède un invariant de transformation lorsque la catégorie m_A possède des limites inductives.

Ainsi, formellement, la construction de l'invariant de transformation est la complétion d'une ∪catégorie′ de morphismes.

9. Conclusion et perspectives

Pour résumer les résultats de cette étude on peut rappeller les 7 interprétations proposées :

(I1) Soit c une ∪catégorie′ et i une ∪catégorie-indice′, un *schème* est un i-diagramme de c, c'est-à-dire un foncteur F : i∅c tel que, s'il existe une flèche F(f) : F(A)∅F(B), il existe alors une flèche F(g) : F(B)∅F(A). Les flèches F(f) sont appelées des prémorphismes.

(I2) Si le schème F possède une limite projective ø, celle-ci est appelée *l'invariant de remplacement* ou la forme de F.

(I3) Les *morphismes relatifs à un schème F* sont les flèches ø∅F(A) où ø est l'invariant de remplacement (la forme, la limite projective) du schème.

(I4) La *Ècatégorie¢ des morphismes de A* notée m_A, est la ∪catégorie′ dont les ∪objets′ sont les flèches ø∅F(A), où ø est la limite du foncteur F : i∅c, et dont les flèches sont les paires de flèches (ø∅F(A), ?∅G(A)) rendant commutatifs les carrés :

$$\begin{tikzcd} ø \arrow[r] \arrow[d] & Ž \arrow[d] \\ F(A) \arrow[r] & G(A) \end{tikzcd}$$

(I5) Une *correspondance intermorphique* entre les schèmes F et G est une transformation naturelle entre les foncteurs F et G.

(I6) Soit F_1, F_2,..., F_n des schèmes, leur *schème coordonné* est la limite inductive du diagramme de Fonc(i, c) dont les ∪objets′ sont F_1, F_2,..., F_n et les flèches, les correspondances intermorphiques entre ces schèmes.

(I7) On dit que l'objet indicé par A possède un *invariant de transformation* lorsque la catégorie m_A possède des limites inductives.

A partir de là on peut par exemple rechercher les conditions mathématiques[1] qui assurent l'existence des différentes limites et les interpréter en termes psychologiques. La mise en œuvre de cette générativité propre aux mathématiques peut aider à l'explicitation des présupposés de la théorie psychologique, et à mieux mesurer le rôle

---

[1] Comme l'existence de produits fibrés ou de sommes amalgamées.

heuristique joué par la théorie mathématique des catégories dans l'œuvre de Piaget.

Enfin, cette relecture de Piaget nous semble à même d'insérer nombre de questions actuelles de la psychologie cognitive dans un cadre théorique plus vaste. Les nombreux travaux menés à la suite d' E. Rosch (Rosch, 1973) sur l'organisation des catégories, nous parraissent trop souvent coupés d'une tradition européenne, qui a su mettre au cœur des processus psychologiques l'activité du sujet. Cette attention portée à la genèse des catégories, dont on voit qu'elle met en jeu des structures relationnelles plutôt qu'objectales, permet de questionner des phénomènes empiriques comme la représentativité et la typicalité. Ces phénomènes que l'on a tendance aujourd'hui à considérer comme organisateurs, ne seraient-ils pas plutôt les *effets* d'une organisation catégorielle[1] de nature bien plus structurale et relationnelle ?

Pascal BOLDINI
LIASC - ENST BRETAGNE
29285 Brest Cedex

Bibliographie

EHRESMANN A.C., VANBREMEERSCH J.P. (1987) Hierarchical evolutive systems: a mathematical model for complex systems, *Bulletin of Mathematical Biology*, Vol. 49, n° 1, pp. 13-50.

EILENBERG S., MACLANE S. (1945) General Theory of natural equivalences, *Trans. Amer. Math. Soc.* 58, pp. 231-94.

HENRIQUES G. (1990) Morphismes et transformations dans la construction d'invariants, PIAGET J., *Morphismes et Catégories*. Delachaux & Niestlé, pp. 183-208.

KANELLOS I. (1991) Voir le typique autrement. *Actes du colloque "Catégories, concepts et systèmes symboliques"*, CNRS (GDR 957), ENST-Br, 20-1 juin 1991 (à paraître).

LAMBEK J. et SCOTT P.J. (1986) *Introduction to higher order categorical logic*. Cambridge University Press.

[1] cf. (Kanellos, 1991).

PIAGET J. (1977) *La naissance de l'intelligence chez l'enfant*. Delachaux et Niestlé.

PIAGET J. (1978) *La formation du symbole chez l'enfant*, Delachaux et Niestlé.

PIAGET J., (1980), *Recherches sur les correspondances*, *Etudes d'Epistémologie et de Psychologie génétiques*, XXXVII, Paris, Presses Universitaires de France.

PIAGET J. (1990) *Morphismes et Catégories*. Delachaux & Niestlé.

ROSCH E. (1973) Natural Categories, *Cognitive Psychology* 4, pp. 328-350.

RYDEHEARD D.E., BURSTALL R.M. (1988) *Computational Category Theory*. Prentice Hall (ISCS).