

Marianne BELIS

Causalité, propension, probabilité

Causality, propensity, probability

Abstract : The causal mechanism of the real world phenomena is analysed, in order to enlighten the physical roots of the uncertainty.

The first part of the paper focuses on the connection between the concepts of causality and propensity. A formal definition of the propensity is given, taking into account the generic and the specific aspects of the causal connection. On the basis of this model, various types of causal connections are analysed, as the continuous and the discontinuous one, with compatible and mutual exclusive effects. It results that objective uncertainty is due to the discrete structure of some causal processes and to the presence of irregular events leading to variable propensities.

In the second part of the paper a causal definition of probability is given, by using the concept of propensity defined in the first part. The connection of this 'causal' definition with other definitions of probability is analysed, by considering the analogy between the causal connection and a communication channel. In this model, the frequency method is considered as a method which extracts the signal from noise by repetition. The results are verified with those obtained in the case of the urn. The concepts of 'possibility' and 'subjective probability' are analysed too in the light of propensity.

INTRODUCTION

Les concepts de causalité et de probabilité, bien que différents à première vue, ont quelques points essentiels en commun. Ainsi, par exemple, ils sont profondément ancrés dans la pensée courante et scientifique pour représenter l'enchaînement des phénomènes, et pourtant ils résistent à toute définition exhaustive. Plus exactement, pour chacun d'eux il existe diverses définitions, souvent non concordantes, et, en ce qui regarde le concept de causalité, son bien-fondé même est mis en cause. Ces difficultés d'ordre conceptuel incitent à rechercher la liaison profonde qui les unit à la réalité environnante, liaison qui justifierait le succès de leur utilisation en pratique.

Un autre point commun réside dans le fait que ces deux concepts représentent aussi bien la partie connue de la réalité, que la partie cachée, que nous ignorons. Cela est évident dans le modèle probabiliste qui a été créé justement dans ce but, mais cela s'est trouvé mis à jour aussi dans le modèle causal lorsqu'il a été élargi pour englober, à côté de la causalité déterministe, la causalité statistique. Cette dernière a été définie à l'aide de la probabilité, ce qui a renforcé le lien entre les deux concepts, avec les avantages et les insuffisances que l'on connaît et qui vont être discutés.

Modéliser l'incertitude — voire l'ignorance — est une tâche ardue, vu qu'il est très difficile de séparer l'incertitude subjective (due à l'insuffisance de nos connaissances) de l'indétermination objective qui peut exister dans la réalité environnante. L'immixtion de ces deux types d'incertitudes a profondément marqué le concept de probabilité, entraînant différentes attitudes scientifiques et philosophiques.

L'objet de cette étude est d'approfondir les racines ontologiques de ces deux concepts, en cherchant à mettre en évidence la liaison profonde qui les unit. Dans ce but, nous utiliserons le concept de propension qui, selon notre opinion, offre la liaison recherchée. La première partie de l'étude propose une définition formelle du concept de propension, basée sur l'analyse qualitative et quantitative des connexions causales. Cette analyse permettra de mettre en évidence la source de l'indétermination objective dans les phénomènes du monde réel. Le modèle de la propension servira, dans la deuxième partie, à faire la jonction avec le concept de probabilité, ce qui permettra de donner à celui-ci une définition causale.

Causalité et propension

1. CAUSALITE ET PROBABILITE

La connexion causale est une connexion fondamentale entre les entités* du monde réel qui par sa généralité supporte les fondements même de la connaissance. La diversité des phénomènes perceptibles a mené à l'élaboration de deux types de modèles causaux : le modèle déterministe et le modèle statistique.

Par modèle causal déterministe, on entend une relation entre deux entités telle que si la première a lieu, la deuxième s'ensuit avec nécessité. C'est justement ce concept de nécessité qui a engendré les débats les plus nourris : 1) est-ce que tous les événements ont *nécessairement* un

* Par 'entité' on comprend toute unité du monde réel (objet, événement, phénomène, état) caractérisée par un ensemble de paramètres.

antécédent appelé *cause* ? 2) si cause il y a, comment savons nous qu'elle entraîne *nécessairement* un effet ?

Un amendement important apporté à la théorie de la «conjonction constante» de Hume a été la reconnaissance du caractère contingent (et non pas exclusivement nécessaire) de la connexion causale. Les exemples abondent dans la vie de tous les jours, lorsqu'une cause (ou un groupe de causes) produit un effet non pas inéluctablement mais dans un certain pourcentage de cas : fumer « peut » causer un cancer des poumons, sauter d'un rempart « peut » vous casser une jambe, jouer « peut » vous faire gagner, etc.

Dans ces exemples, la connexion cause-effet n'est pas certaine, elle peut se manifester ou non en fonction des circonstances, elle a un caractère statistique. Mais comment formaliser un tel concept en le rattachant à celui de causalité déterministe ? L'outil dont nous disposons pour formaliser l'incertitude est celui de probabilité. D'où l'idée d'utiliser cet outil pour définir la causalité.

L'idée de base introduite par Suppes [1970] dans la *Théorie probabiliste de la causalité* est qu'un événement B (survenu au moment t') est une cause *prima facie* d'un événement A (survenu au moment t), si et seulement si la probabilité de A en présence de B est plus grande qu'en l'absence de B :

- 1) $t' < t$
- 2) $P(B_{t'}) > 0$
- 3) $P(A_t / B_{t'}) > P(A_t)$

Cette définition attrayante s'inscrit dans l'héritage humien (vu que la probabilité est mesurée par sa fréquence relative, donc par le nombre d'occurrences conjointes de A et de B) ; le problème est qu'elle ne permet pas de distinguer la vraie causalité de la simple corrélation. En effet, un événement peut augmenter la probabilité d'un autre, sans pour autant en être la cause. Exemple classique : la probabilité d'un orage en présence d'une indication « orageuse » du baromètre est plus grande qu'en son absence. Selon la définition donnée plus haut, cela mènerait à la conclusion (fausse) que l'indication du baromètre est une cause de l'orage.

La causalité implique la corrélation mais la réciproque n'est pas vraie. Pour éviter de confondre la corrélation avec la causalité, des définitions supplémentaires ont été ajoutées par divers philosophes, dont Suppes lui-même (voir aussi Sosa [1993]).

La prise en compte de l'incertitude n'a pas tardé à se manifester dans le domaine de l'Intelligence Artificielle. Modélisant par des programmes le raisonnement incertain, les chercheurs se sont vus dans la nécessité de

moduler la rigidité des règles SI...ALORS. Tout un foisonnement de méthodes et de théories pour formaliser l'incertitude ont été élaborées, certaines se rattachant au concept classique de probabilité, comme la théorie de l'évidence de Shafer [1976], ou les réseaux probabilistes de Pearl [1986], d'autres élaborant des concepts nouveaux comme le flou ou le possible (Zadeh [1978]).

On peut remarquer que dans le domaine de l'IA, à la différence de l'approche philosophique, la jonction entre probabilité et causalité s'est faite avec moins de souci pour séparer les (vraies) causes des simples corrélations. Ceci est justifié par le fait que dans ce domaine, le traitement de l'incertitude est destiné à la prise de décisions ; par conséquent, ce n'est pas le concept de cause qui est fondamental mais l'information apportée par la probabilité conditionnelle d'un événement en présence de l'autre, même si ces événements ne sont que corrélés.

Précédant les deux approches probabilistes de la causalité (l'approche philosophique et l'approche IA), un troisième domaine a fait cette jonction. Il s'agit des études économétriques et sociométriques qui ont mené à l'élaboration de modèles quantitatifs, englobant un grand nombre de variables. Dans l'analyse régressive multivariée, on cherche à établir des relations entre des variables « exogènes » ou indépendantes (les causes) et des variables « endogènes » ou dépendantes (les effets). Le calcul des coefficients de corrélation se fait par des techniques statistiques, à partir des données recueillies sur les valeurs des variables. Mais, la connaissance des coefficients de corrélation ne nous renseigne pas sur la connexion causale, car la corrélation n'implique pas la causalité. Cartwright [1989] et Papineau [1991] analysent ce problème.

Il apparaît que l'approche probabiliste (fréquentielle, donc empirique) de la causalité, se heurte à un obstacle de taille : comment déceler les vraies causes de la multitude des corrélations que nous observons autour de nous ? Il faudrait un modèle conceptuel qui mette en évidence ce que la connexion causale a de spécifique et qui la différencie de la simple corrélation. Un tel modèle aurait nécessairement — comme tout modèle — une partie subjective concernant les hypothèses que l'on fait sur la partie cachée du réel. Or, craignant l'intrusion du subjectif, les empiristes ont considéré les données expérimentales comme seule source de vérité, réduisant ainsi la causalité à la régularité de la connexion causale. Dans leur désir de donner une base plus objective à la connaissance, les empiristes ont appauvri la méthodologie scientifique de l'une de ses composantes fondamentales, à savoir l'élaboration de modèles conceptuels.

Mais les données empiriques ne sont qu'un moyen de *vérifier* ces modèles ; elles sont un critère de vérité et non pas la vérité même. Le modèle conceptuel, bien qu'étant une création humaine, nous rapproche davantage de la nature des choses puisqu'il met en évidence les *relations structurelles* dont les données observables dérivent. Réduire la causalité à la régularité, c'est réduire ce phénomène complexe à l'une de ses formes de manifestation. Car la conjonction régulière de la cause et de l'effet n'est qu'une conséquence sensible du lien causal, elle ne dévoile pas, par elle-même, l'essence métaphysique de cette connexion.

2. CAUSALITE ET PROPENSION

La *productivité* de la connexion causale, la *création* de l'effet par la cause est un aspect de la réalité que Hume a complètement négligé quand il a écrit : « Au-delà de ces trois circonstances, de contiguïté, de priorité et de conjonction constante, je ne peux découvrir rien dans cette cause ». Et pourtant on trouve cet aspect dans la « cause efficiente » d'Aristote qui a introduit le concept de « propension », tendance inhérente au changement et qui se manifeste dans toutes les entités de l'univers dynamique dans lequel nous vivons. Mais, soucieux d'éliminer ces forces mystérieuses et de ne se fier qu'à l'observable, les empiristes ont jeté l'anathème sur ces « puissances latentes », qui ne pouvaient être qu'imaginées et non pas mesurées expérimentalement. Par contre, le caractère *productif* de la connexion causale est bien saisi par d'autres philosophes : « la causalité est beaucoup plus qu'une relation ; c'est une catégorie de connexion génétique, donc de changement, c'est-à-dire un moyen de produire des choses » (Bunge [1963]).

Le concept de propension a été repris par Peirce [1934] et surtout par Karl Popper [1992], en liaison avec celui de probabilité. D'après Popper [1959], les propensions sont des « propriétés non observables du monde physique [...] douées de tendances ou de dispositions à se réaliser ». Par la suite, ce concept a été analysé par bon nombre de philosophes qui l'ont interprété de différentes manières, en cherchant à le rapprocher de celui de probabilité. Mais pour expliquer la probabilité à partir des propensions il faut d'abord bien cerner le concept même de propension, d'autant plus que dans ses deux versions — ancienne et moderne — il est loin d'être clairement défini, laissant la voie ouverte à bien des interprétations.

2.1. Une définition de la propension

Nous cherchons à élaborer un modèle capable de rendre compte de l'interaction des entités environnantes. Ce modèle aura une partie objective et une partie subjective.

La partie objective englobe les données issues de l'expérience, à savoir que :

- il existe une influence entre les entités du monde réel, menant à des changements quantitatifs ou qualitatifs de leurs paramètres ;
- les changements quantitatifs sont dus à une influence *graduée* et *conjointe* des entités environnantes ; les changements qualitatifs ont lieu, en général, de façon discontinue.

La partie subjective consiste à :

- simplifier (négliger délibérément certains aspects du réel) ;
- traduire (transposer les interactions observables dans un code qui nous est propre) ;
- élaborer des hypothèses sur les relations non observables.

Simplification (réduction) de la réalité environnante. — Le modèle se réfère à une partie limitée de la réalité appelée « processus » ; celui-ci est un découpage dans l'enchevêtrement des phénomènes réels, découpage dicté par des considérations d'accessibilité ou d'intérêt de l'observateur.

Le modèle néglige l'aspect de contiguïté — spatiale, temporelle ou phénoménologique — des entités en interaction ; autrement dit, le modèle peut faire une liaison directe entre des entités qui, dans le processus réel, sont séparées dans l'espace, dans le temps ou bien par des processus intermédiaires.

L'action d'une entité sur une autre est *à sens unique* (on néglige la rétroaction) ; ceci permet de séparer les entités *actives* (qui engendrent des changements d'état) des entités *passives* (qui subissent des changements) ; cette séparation est plus ou moins artificielle puisque en général les entités en interaction s'influencent mutuellement.

Les entités actives ne s'influencent pas réciproquement ; de même les entités passives.

Traduction des données observables dans le langage du modèle. — L'action d'une entité sur une autre est représentée dans notre modèle par un facteur *générique* et un facteur *spécifique* ; le premier tient compte de la *qualité* de l'action de l'entité active dans *tous* les processus de ce type (il est donc synthétique et qualitatif) ; le deuxième tient compte de la *force* de l'action dans le processus *en cause* (il est donc spécifique et quantitatif).

Hypothèse. L'action conjointe des entités actives est modélisée par une force interne capable de produire les transformations quantitatives ou qualitatives des entités passives ; cette force, non observable directement car interne au processus, est appelée *propension*.

Processus causal. On appelle *processus causal* un ensemble d'entités actives $\{c_i\}$, $i = 1, \dots, n$ (appelées communément causes et conditions) qui agissent sur (ou engendrent) un ensemble d'entités passives $\{e_j\}$, $j = 1, \dots, m$ (appelées effets). A chaque élément actif c_i , on attache un coefficient de pondération $\pm w(c_i) = \pm w_i$, positif ou négatif, représentant par sa valeur l'importance de cet élément dans le cadre d'un processus générique du type considéré et, par son signe, le sens de la transformation qu'il détermine (s'il renforce ou affaiblit un certain changement). Les entités à coefficients de signe contraire ont des actions opposées sur l'entité passive. C'est le cas des « causes contraires » mentionnées par Hume, qui contrecarrent l'action des causes favorables. Dans notre modèle, les poids w sont compris entre les limites :

$$0 < |w| \leq 1$$

$w = 1$ désigne une entité ayant un rôle essentiel dans la réalisation de l'effet (son absence empêche la réalisation du changement) ; $w = -1$ désigne une entité « contraire » dont la présence empêche la réalisation de l'effet ; $w = 0$ n'est pas pris en considération car il désigne des entités qui, bien que présentes, n'agissent pas sur les entités passives (elles ne font pas partie du processus).

Chaque processus causal est un processus concret avec ses propres caractéristiques. Les éléments génériques qu'il englobe se manifestent dans chaque cas particulier avec plus ou moins de force. Cela se traduit par un coefficient s_{ij} attaché à la connexion entre l'entité active c_i et l'entité passive e_j :

$$0 \leq s_{ij} \leq 1$$

$s_{ij} = 0$ signifie que dans le cas particulier considéré, l'entité c_i normalement active dans un processus typique, a une action trop faible, donc négligeable ; $s_{ij} = 1$ signifie que l'entité active a une action optimale pour engendrer l'effet.

On peut représenter la connexion causale par un graphe orienté, dont les nœuds représentent les entités actives et passives et dont les arcs partent des entités actives vers les entités passives (fig.1). Les nœuds représentant des entités actives sont étiquetés avec les poids w . L'étiquette s d'un arc représente la force de l'interaction.

Figure 1

Le but du modèle est de rendre compte de l'influence que les entités actives ont sur les changements — quantitatifs ou qualitatifs — des entités passives. Chaque entité active y participe avec une force (spécifique, car propre au cas considéré) d'intensité s , pondérée par l'importance (générique) que cette entité possède dans le cadre de tout processus de ce type. Pour modéliser l'action conjointe de plusieurs entités, la loi la plus simple à prendre en considération est l'addition algébrique des forces, pondérées par les poids des entités actives qui les exercent. Cette somme pondérée représente la tendance ou la *propension* du changement.

Définition 1. — La propension d'un changement quantitatif ou qualitatif, menant à une nouvelle entité ' e_k ', est la somme algébrique des forces actives pondérées qui agissent dans le cadre du processus causal considéré :

$$\text{prop}(e_k) = \Re_i w_i s_{ik} \quad i = 1, \dots, n \quad (1)$$

Les propensions représentent l'action graduée et conjointe des entités actives. Si chacune de ces forces individuelles peut — quelquefois — être mise en évidence par des expériences appropriées, l'action conjointe est

beaucoup plus difficile à discerner et à évaluer, car elle se manifeste au cœur même du processus causal, à des niveaux systémiques inaccessibles. C'est pourquoi les propensions représentent la partie hypothétique du modèle, et la somme linéaire pondérée qui en rend compte, une première approximation. Le bien fondé de cette hypothèse apparaîtra lorsque les propensions seront mises en relation avec le concept de probabilité, auquel elles fourniront une justification ontologique.

Exemple. — Soit le processus de transformation de la semence en plante. On peut réduire ce processus complexe à un ensemble d'éléments actifs génériques (c_1 = la semence, c_2 = la chaleur environnante, c_3 = l'humidité du sol, c_4 = les engrais) ayant des poids w positifs, et un effet e = l'émergence de la plante. Cet effet est soutenu par les divers éléments actifs avec des forces s spécifiques, qui tiennent compte de l'état des lieux et de la saison. Il en résulte une propension de la plante à paraître qui est due à l'action conjointe de tous ces éléments actifs et qui est modélisée par la somme pondérée [1].

2.2. Comparaison avec d'autres modèles causaux

Malgré une ressemblance formelle (surtout graphique) avec d'autres modèles causaux — bayésiens ou non — notre modèle possède une sémantique totalement différente, la principale différence étant qu'il ne fait pas appel au concept de probabilité. Bien au contraire, nous nous servons du modèle pour définir la probabilité.

Les réseaux «causaux» de Pearl [1988] ne modélisent pas la relation causale (malgré leur nom), mais permettent de propager à travers le réseau, à l'aide de techniques bayésiennes, l'information dont on dispose et qui se trouve codée par les probabilités conditionnelles et initiales. L'outil probabiliste utilisé dans ce modèle, comme dans celui de Peng et Reggia [1987], aussi bien que dans les techniques de régression multivariée, ne fait pas de distinction entre causalité et corrélation. Ils s'inscrivent donc dans la tradition post-humienne qui justifie la liaison causale par le nombre d'occurrences conjointes des entités concernées. Ces modèles ont des limitations importantes, propres à toute technique bayésienne : ils ne peuvent prendre en compte le phénomène incertain unique et ils utilisent des probabilités « initiales » qu'on ne sait pas calculer.

À la différence de ces modèles, notre modèle comprend uniquement des entités *efficaces* c'est-à-dire capables de produire, par une action conjointe, une qualité nouvelle. La probabilité est — selon notre opinion — un concept *dérivé* et ne peut servir à définir la relation primordiale de causalité. Bien au contraire, le modèle causal basé sur le concept de

propension peut mettre en évidence les racines objectives de la probabilité (de l'événement répétitif ou singulier) ainsi qu'une méthode d'évaluation des probabilités initiales.

Notre modèle se rapproche plutôt de celui de Rieger et Grinberg [1977] qui met en évidence le concept de *seuil de transformation* d'un état dans un autre.

3. QUELQUES CARACTERISTIQUES DES PROCESSUS CAUSAUX

3.1. Domaine continu et discontinu. Seuil de transformation

Les différents états d'une entité sont caractérisés par des paramètres dont les valeurs se situent entre certaines limites. Le dépassement de ces limites mène à des transformations qualitatives (changement d'état). Ainsi, par exemple, entre -39 C et $+357\text{ C}$, le mercure se présente dans l'état liquide ; en dessous de -39 C il se solidifie et au-dessus de $+357\text{ C}$ il se transforme en vapeurs. Ces deux valeurs, auxquelles il change d'état, sont des *seuils de transformation*. Lorsqu'on augmente la température du mercure à partir de -39 C , il garde son état — liquide — mais il accumule de la chaleur (fig. 2a). C'est le domaine de fonctionnement *continu* où l'effet (quantitatif), est proportionnel à la cause. Lorsque la température atteint l'un des seuils mentionnés, il y a une transformation qualitative de l'état du mercure. C'est le domaine de fonctionnement *discontinu* caractérisé par l'existence d'un *seuil*. La figure 2b, met en évidence les trois états — solide, liquide et gazeux, avec les seuils de passage d'un état à l'autre. Ces seuils représentent une valeur particulière de la température du mercure, portée en abscisse. Vu que la propension du mercure à changer d'état est due à sa température interne, le graphe de la figure 2b peut être généralisé (fig. 3), et le seuil de transformation peut être défini comme il suit :

Définition 2. — Le seuil de transformation de l'état d'un système est la valeur de la propension qui détermine l'émergence d'une nouvelle qualité.

Figure 2a

Figure 2b

Figure 3

3.2. Entités constantes et variables

La durée d'un processus causal est l'intervalle de temps qui sépare le début de l'action des entités actives, des changements (quantitatifs ou qualitatifs) de l'entité passive. On a déjà mentionné (§2) qu'un *processus* est un découpage subjectif — temporel, spatial et phénoménologique — fait dans l'ensemble des transformations existantes. Les limites du processus, et partant sa durée, ont donc une valeur subjective, dépendant du niveau systémique de l'observateur, de ses possibilités d'observer l'environnement et de ses objectifs.

Définition 3. — Une entité active est *constante* si ses paramètres ne varient pas au cours du processus. Dans le cas contraire elle est *variable*.

Remarque. La constance ou la variabilité d'un paramètre sont des notions subjectives, étant définies par rapport à la durée du processus.

Les paramètres d'une entité variable peuvent varier de façon régulière ou irrégulière. La régularité se traduit par une certaine périodicité de variation, une croissance ou une décroissance monotone dans le temps (fig. 4a). Les variations irrégulières qui nous intéressent (fig. 4b), se caractérisent par une absence de périodicité et une *moyenne nulle*: la somme algébrique des valeurs sur un intervalle de temps assez long est nulle.

Figure 4a

Figure 4b

Définition 4. — On appelle propension instantanée, la propension qui résulte en ajoutant à la valeur de la propension constante, la (ou les) valeur(s) des propensions variables, qui agissent durant le processus causal.

Remarques

- La valeur de la propension instantanée varie d'un instant à l'autre (fig. 5) ; néanmoins elle a une valeur moyenne non nulle, égale à la valeur de la propension constante.

- La valeur de la propension instantanée à un moment donné peut être plus grande ou plus petite que celle de la propension constante, selon la nature et le signe de l'action des entités variables.

Figure 5

4. ACTION DES PROPENSIONS INSTANTANÉES

Les variations de la propension instantanée ont des conséquences différentes sur l'issue du processus selon que l'action a lieu dans le domaine continu ou bien à proximité du seuil de transformation. Dans le premier cas (fig. 6a), l'issue du processus reste inchangée qualitativement et seules des variations quantitatives de certains de ses paramètres ont lieu. Si ces variations sont petites (voire imperceptibles) l'issue du processus paraît inchangée pour un observateur. Dans le second cas (fig. 6b), des petites variations de la propension (même infinitésimales), peuvent entraîner le dépassement du seuil et donc un changement qualitatif de l'issue (changement d'état perceptible).

En général, dans un processus causal, l'action conjointe des entités actives peut engendrer non pas un seul, mais plusieurs effets à la fois (fig. 1). Dans certains cas, ces effets sont *compatibles* comme lors de l'administration d'un médicament dont l'effet principal (détruire un virus), coexiste avec un ou plusieurs effets secondaires. Dans d'autres cas, les effets possibles, dus à une même structure causale, sont *incompatibles*. C'est le cas de l'extraction d'une bille d'une certaine couleur parmi

plusieurs possibles, du résultat de toute compétition sportive, de l'obtention de pile ou face dans le lancement d'une pièce de monnaie etc.

Dans les processus à effets mutuellement exclusifs, chaque effet tend à se réaliser proportionnellement à sa propension. Une vraie compétition s'engage entre les propensions (instantanées) existantes, chacune propulsant l'effet qui lui est propre. La première qui arrive à franchir le « seuil de transformation », produit son effet, en bloquant la réalisation des autres (car incompatibles). Ce seuil est fixé dans chaque cas, par des conditions spécifiques (naturelles ou imposées). Dans le cas de l'urne c'est le passage de l'une des billes à travers l'orifice d'extraction. Dans le cas d'un match sportif c'est l'obtention, par l'un des joueurs, d'un nombre de points fixés d'avance etc.

Figure 6a

Figure 6b

Le franchissement du seuil par la propension instantanée est dû à la valeur qui résulte de la combinaison de ses composantes. Une faible propension constante renforcée par un événement irrégulier à forte propension positive pourra franchir le seuil avant une propension constante de valeur beaucoup plus élevée. Et, par contre, une forte propension constante peut être affaiblie par des événements irréguliers « contraires ». Ainsi, par exemple, un joueur de tennis médiocre peut gagner une partie contre un champion, malgré une propension constante (niveau technique, force etc.) beaucoup plus faible. Il suffit d'un coup de vent favorable à ce joueur et/ou d'une crampe (passagère) dans la jambe du champion pour que la propension instantanée du plus faible atteigne la première le seuil (nombre de points fixés). C'est justement pour annuler l'influence des événements irréguliers que le match contient plusieurs parties : à la longue, les coups de vent, les crampes et autres événements irréguliers vont affecter également les deux joueurs (sinon on devrait les prendre en compte en tant que propensions constantes), et c'est le champion qui gagnera. La même idée a été exprimée par Laplace quand il a écrit : «...dans une longue suite d'expériences l'action des causes constantes et régulières va prévaloir sur celle des causes irrégulières ».

Figure 7

Sur la figure 7 on a représenté une variation possible de deux propensions constantes, p_1 et p_2 , suite à l'adjonction d'événements variables comme ceux cités plus haut. Ainsi que l'on remarque sur la figure 7, plus une propension constante est faible (cas de p_2), plus les événements variables favorables doivent être importants pour permettre à la propension instantanée de franchir le seuil (point d). Par contre, des événements irréguliers, même de faible intensité, ajoutés à la propension p_1 , lui permettent de franchir le seuil facilement (points a, b, c).

Bien que le concept de propension soit valable — de par sa généralité — dans tous les types de connexions — domaine continu ou discontinu, effets compatibles ou incompatibles — c'est le cas d'une connexion causale à *effets incompatibles, proche du domaine de discontinuité* qui est le plus intéressant. En effet, c'est dans ce cas que se manifeste de façon saisissante l'influence des entités variables et irrégulières de faible valeur qui, se combinant avec les entités actives constantes, entraînent des changements qualitatifs dans l'issue du processus.

La conséquence sur le plan épistémique c'est l'apparition d'une *incertitude* concernant l'issue du processus causal, vu qu'en général (mais pas toujours) les variations irrégulières qui permettent aux propensions instantanées d'atteindre le seuil de transformation ne sont pas observables. Les phénomènes aléatoires ont attiré l'attention justement à cause de cette conséquence épistémique, c'est-à-dire par leur caractère non prévisible. Mais cela ne constitue que l'aspect subjectif de l'indéterminisme, lié à l'observateur.

L'aspect objectif de l'indéterminisme réside dans l'existence des propensions compétitives qui franchissent le seuil de transformation qualitative grâce aux phénomènes fluctuants. Autrement dit,

l'indéterminisme dans notre univers est dû au caractère discontinu des transformations qualitatives et à l'omniprésence du « bruit ».

C'est dans le contexte de cette double indétermination — objective et subjective — qu'a émergé le concept de probabilité, ce qui a engendré une confusion durable concernant le statut et la définition de ce concept, ainsi que l'ont montré Hacking [1975] et Shafer [1978]. L'essai de donner une définition objective à la probabilité, à l'aide du concept de propension, forme l'objet de la seconde partie de cette étude.

Propension et probabilité

5. LES MODELES PROBABILISTES

Une observation de longue durée de certains phénomènes aléatoires a mis en évidence une régularité des résultats, ce qui a généré l'idée d'une loi cachée sous l'apparent désordre. Ces régularités appelées « statistiques » ont été remarquées d'abord dans le cas des jeux de chance ce qui explique que les premiers essais de formaliser ce type de phénomène aient eu lieu dans ce domaine. Ce fut une circonstance heureuse et malheureuse à la fois. Heureuse, parce que la structure simplifiée d'un tel jeu a facilité un formalisme numérique et que le caractère répétitif du jeu a permis la vérification des hypothèses. Malheureuse, parce que le génie des pionniers s'est penché sur un cas particulier de phénomène aléatoire, ce qui a fait que pendant plus d'un siècle, la notion de probabilité a été confinée au cas particulier des issues « également possibles ».

La nécessité de trouver un formalisme dans le cas général a donné naissance au modèle « fréquentiel » qui a imposé une autre restriction, non moins contraignante, à savoir la possibilité de répéter un grand nombre de fois l'expérience, dans les mêmes conditions.

Laissant de côté les problèmes liés à la nature du phénomène aléatoire les mathématiciens ont élaboré une théorie rigoureuse des probabilités, basée sur l'axiomatique de Kolmogorov. Les innombrables applications pratiques de la statistique sont une preuve de son bien fondé. Mais cela n'éclaire en rien la nature des phénomènes aléatoires à régularités statistiques. « Quelles sont les caractéristiques du monde réel et les propriétés objectives des phénomènes qui rendent compte des valeurs des probabilités obtenues par la théorie mathématique ? » s'est demandé A.I. Khintchine [1952].

Une des grandes insuffisances de la théorie statistique des probabilités est de ne pas pouvoir être appliquée à l'événement unique (non répétitif).

Afin de remédier à cet inconvénient, une nouvelle théorie des probabilités a fait son apparition, théorie appelée « subjective ». Selon cette théorie, la probabilité ne dépend que de l'opinion personnelle de chacun, sans liaison avec les phénomènes mêmes. Une nouvelle divergence s'ajouta donc dans ce domaine déjà controversé, celle concernant la nature objective ou subjective des probabilités. Car on avait déjà assez de mal à concilier le caractère logique et *a priori* des probabilités « classiques » avec le caractère *a posteriori*, expérimental, issu de la théorie fréquentielle. La diversité des points de vue est accentuée de nos jours par l'élaboration de nombreuses théories destinées à élargir le champ du traitement de l'incertitude.

Les problèmes soulevés par le concept de probabilité proviennent non pas seulement du manque d'unité de ses diverses définitions — au point qu'on en vient à se demander s'il s'agit du même concept — mais surtout de l'absence d'un outil simple et pratique issu du « bon sens ». Quel est l'algorithme utilisé par les humains pour évaluer les chances des événements à venir, à partir des informations dont ils disposent ? Cette évaluation n'est pas nécessairement numérique et ne concerne pas nécessairement les événements répétitifs, mais elle nous permet d'évaluer l'incertitude et de prendre des décisions en absence d'informations complètes.

Si les diverses définitions données à la probabilité ont prouvé leur valeur, c'est que chacune d'entre elles recouvre un certain aspect de la réalité. Pour retrouver leur origine commune, nous nous efforçons dans cette étude de découvrir les racines ontologiques de ce concept, ce qui permettra de lui donner une définition générale, capable d'englober les définitions existantes comme des cas particuliers.

6. PROPENSION ET PROBABILITE

Soit une structure causale proche du seuil de transformation (§3), et qui engendre plusieurs issues incompatibles (§4). Soient :

$C = \{c_i, 1 \leq i \leq n\}$ l'ensemble des événements actifs (causes et conditions) ;

$E = \{e_j, 1 \leq j \leq m\}$ l'ensemble des événements passifs (effets ou issues) ;

$e_i \leftrightarrow e_j = 0 \quad \forall i, \forall j$ (effets incompatibles).

Dans une telle structure, évaluons la propension de l'événement formé par la réunion de deux issues quelconques, e_i et e_j . Conformément à la Définition 1 (§2), la propension de cet événement est égale à la somme de toutes les forces actives pondérées :

$$\text{prop}(e_i \approx e_j) = \mathfrak{R}_k w_k (s_{ki} + s_{kj}) = \mathfrak{R}_k w_k s_{ki} + \mathfrak{R}_k w_k s_{kj} = \text{prop}(e_i) + \text{prop}(e_j)$$

avec $1 \leq k \leq n$.

On a donc le théorème d'additivité des propensions.

Théorème 1

$$\text{prop}(e_i \approx e_j) = \text{prop}(e_i) + \text{prop}(e_j) \quad \forall i, \forall j \quad (2)$$

Corollaire C1.1. La propension totale du processus est donnée par la somme des propensions de toutes ses issues :

$$\text{prop}(E) = \text{prop}(e_1 \approx e_2 \approx \dots \approx e_m) = \sum_j \text{prop}(e_j) \quad j = 1, \dots, m \quad (3)$$

Cela veut dire que la tendance d'un processus à se réaliser est donnée par la somme des tendances de événements par lesquels il se réalise, au cas où ceux-ci sont mutuellement exclusifs.

Mais dans le cas d'un tel processus il est intéressant de comparer les propensions qui soutiennent les différentes issues et qui concourent pour dépasser le seuil. Cela implique une unité de mesure commune donc une normalisation.

Définition 5. La propension normalisée est le quotient de la propension individuelle par la propension totale du processus.

$$\text{prop}_{\text{norm}}(e_k) = p(e_k) = \frac{\text{prop}(e_k) \quad \sum_i w_i s_{ik} \quad i = 1, \dots, n}{\text{prop}(E) \quad \sum_{i,k} w_i s_{ik} \quad i = 1, \dots, n \quad k = 1, \dots, m} \quad (4)$$

Corollaire C.5.1. La propension normalisée est comprise entre 0 et 1.

$$0 \leq p(e_k) \leq 1 \quad (5)$$

$p(e_k) = 0$ est la propension d'un événement qui ne peut se réaliser (somme algébrique des forces nulle ou pas de connexions), donc il ne compte pas parmi les issues du processus.

$p(e_k) < 1$ signifie que l'événement est incertain (sa propension est en compétition avec celles des autres événements).

$p(E) = 1$ signifie que la propension normalisée du processus est égale à 1 c'est-à-dire que celui-ci se réalise de façon certaine par une de ses issues.

Le théorème 1 et le corollaire C.5.1 montrent que dans un processus à issues mutuellement exclusives, les propensions normalisées respectent les axiomes de base de la probabilité classique. On a donc la définition suivante :

Définition 6. Dans une structure causale discontinue à effets mutuellement exclusifs, les propensions normalisées des événements produits par cette structure sont égales à leurs probabilités objectives.

La liaison entre les propensions et les probabilités a été avancée — sous forme intuitive — par Karl Popper qui a écrit [1959] : « ...les probabilités doivent être physiquement réelles...elles doivent être des propensions physiques, des propriétés relationnelles abstraites du contexte physique, comme les forces newtoniennes ». Il a décrit les propensions comme : « des dispositions de l'arrangement expérimental singulier [...] de donner naissance à certaines fréquences caractéristiques quand l'expérience est fréquemment répétée ». Cette approche a suscité bon nombre de commentaires (Kyburg [1974], Settle [1974], Barreau [1989]). Un reproche majeur fait aux propensions popperiennes (Suppes [1974]) a été l'absence d'un formalisme explicite qui puisse les mettre d'accord avec les axiomes du calcul des probabilités. Le formalisme que nous proposons remédie à cet inconvénient, en y ajoutant une explication ontologique. Mais d'autres conséquences s'ensuivent de la définition D6.

Corollaire 6.1. Les propensions sont des probabilités *a priori* vu qu'elles peuvent être évaluées *avant* le déroulement du processus.

Corollaire 6.2. Les propensions ainsi définies concernent le cas général des événements quelconques ; le cas des événements équiprobables est un cas particulier qui dérive de celui-ci, ainsi qu'on va le montrer dans l'analyse du paradigme de l'urne à billes (§ 8).

Corollaire 6.3. Les valeurs des propensions se retrouvent dans les fréquences des événements dans une longue suite d'essais, ce qui sera mis en évidence au §9.

Corollaire 6.4. La définition de la propension telle qu'elle a été donnée plus haut (§2), est indépendante du caractère répétitif ou singulier du processus. Cela montre le caractère unitaire de la probabilité dans ces deux types de processus et fournit une méthode constructive de la probabilité subjective ainsi qu'on va le voir au §10.

7. PROPENSION ET POSSIBILITE

La confusion qui s'était installée entre la probabilité objective (ou aléatoire) et la probabilité épistémique, ne pouvait épargner le concept — apparenté — de possibilité. Hacking [1967] en a analysé les ambiguïtés grammaticales et sémantiques et a discuté l'opportunité d'y associer des modificateurs linguistiques ; Zadeh [1978] et Dubois et Prade [1985] lui ont donné un fondement formel en y associant le concept de flou.

Le concept de propension et le modèle causal qui le sous-tend permettent d'éclairer le concept de possibilité, en ce qui concerne sa liaison objective avec celui de probabilité et, implicitement, du point de vue du sens qu'on lui donne dans la vie courante, lorsqu'on apprécie l'existence des événements incertains à venir.

Une exigence minimale pour qu'un événement puisse se produire c'est que les éléments actifs de poids $w=1$ qui le conditionnent soient tous présents et ceux de poids $w=-1$ soient absents (§2). En nous rapportant au modèle causal sous forme de graphe (fig.1), on peut avancer la définition suivante de la possibilité binaire (possible/impossible) :

Définition 7. Un événement est *possible* s'il est connecté à tous les éléments actifs de poids égal à 1 et n'est connecté à aucun élément actif de poids égal à -1. Sinon, il est impossible.

Exemple : il est *possible* qu'un joueur médiocre gagne un match contre un champion, car les déterminants essentiels à sa réussite sont présents : il est jeune, en bonne santé et il a une technique acceptable. Il est *possible*, mais il n'est pas *probable* car la propension de sa réussite (évaluée en tenant compte des forces pondérées 'ws' de toutes ses connexions) résulte assez faible, comparée à celle du champion. Si une cause contraire importante était présente (par exemple s'il s'était foulé la cheville le jour précédent) sa victoire serait *impossible*.

La possibilité est un concept d'évaluation du devenir d'un événement, *qualitatif et réducteur*, vu qu'il néglige les déterminations quantitatives (les forces pondérées des connexions) et prend en compte uniquement les interactions qualitatives importantes (la présence des entités actives de poids égal à 1). Mais qu'est-ce qu'une *qualité* dépourvue de mesure? C'est, peut-être, une *capacité* au sens de Cartwright [1989] c'est-à-dire une propriété qui permet à une entité d'agir sur une autre. Séparer la qualité de la quantité est une abstraction qui accentue la réduction (donc la partie subjective) du modèle initial (§2.1). En réalité, les qualités des entités existantes se manifestent toujours de façon quantitative ce qui fait que cette séparation (artificielle) demande un effort conceptuel (il est difficile de penser la qualité dénuée de quantité). C'est ce qui explique la difficulté de séparer le concept de possibilité de celui de probabilité et le malaise de comparer les possibilités en utilisant des expressions du type « plus possible ».

Pour comparer les possibilités de réalisation des événements il faut faire une analyse plus détaillée du graphe causal. On a vu que chaque issue du processus est reliée à un nombre d'éléments actifs dont quelques uns la soutiennent (poids w positifs) et d'autres la contrecarrent (poids w

négatifs). Plus un événement a des liaisons positives nombreuses par rapport aux liaisons négatives, plus sa possibilité d'existence est grande. On a alors une définition du *degré* de possibilité :

Définition 8. Le degré de possibilité d'un événement incertain est la somme algébrique de toutes ses connexions, en tenant compte uniquement du signe des poids et non pas de leur valeur :

$$\text{pos}(e_k) = \sum_{i=1, \dots, n} a_{i,k} \quad \text{avec} \quad a_{i,k} = \begin{cases} 1 & \text{si } w_i > 0 \\ -1 & \text{si } w_i < 0 \end{cases} \quad (7)$$

Le « degré de possibilité » fournit une plus grande quantité d'information par rapport à la possibilité binaire, vu qu'il prend en considération la totalité des entités actives qui sont à l'oeuvre et non pas seulement celles de poids 1. Néanmoins il fournit moins d'information que la propension qui, en tenant compte de la valeur effective des poids w et des forces s , fournit une information quantitative sur la chance de réalisation. En plus, les propensions fournissent cette information sous forme normalisée ce qui est un artifice destiné à faciliter leur comparaison. Mais rien n'empêche qu'on normalise aussi les possibilités (qui auront donc des valeurs comprises entre 0 et 1) :

Définition 9. Le degré de possibilité normalisé d'un événement incertain est le quotient de son degré de possibilité (somme algébrique de ses connexions) par le degré de possibilité du processus (somme algébrique de la totalité des connexions existantes) :

$$\text{pos}_{\text{norm}}(e_k) = \frac{\text{pos}(e_k)}{\text{pos}(E)} \quad (8)$$

On remarque que la ressemblance entre possibilité et probabilité (propension) s'accroît à mesure que l'on passe de la possibilité *binaire* (possible/impossible) au *degré* de possibilité et enfin à la forme *normalisée*. La distance entre l'évaluation de la possibilité binaire et celle de la propension est comblée par des modèles hybrides qui attachent des nombres à des états qualitatifs. En pratique, la comparaison des possibilités est rarement faite sous forme numérique. Mais cette transition graduée du qualitatif au quantitatif nous permet de comprendre la ressemblance entre les concepts de possibilité et de probabilité, ressemblance qui devient identité dans le cas de l'urne à billes.

8. LES PARTICULARITES DE L'URNE A BILLES

Retrouver les axiomes de la théorie classique des probabilités dans les propriétés des propensions (ainsi qu'on l'a montré au §6) peut paraître surprenant. Mais ce qui est surprenant ce n'est pas le fait que les propensions normalisées possèdent ces propriétés, car, ainsi qu'on l'a vu, elles ont une base objective très intuitive, mais bien que les créateurs de la théorie classique des probabilités ainsi que les mathématiciens qui lui ont donné une base formelle se soient appuyés justement sur ces axiomes qui pour eux n'avaient pas de valeur objective générale.

L'explication de cette coïncidence se trouve dans le choix de l'urne à bille comme exemple de processus aléatoire à régularités statistiques. Ce choix comporte des avantages importants qui ont facilité l'étude, à savoir :

- structure essentiellement discontinue à issues mutuellement exclusives ;
- causes (billes dans l'urne) et effets (billes extraites) ayant la même nature physique, ce qui signifie que le processus n'engendre pas des transformations qualitatives et permet de mieux contrôler les événements à l'entrée et à la sortie du processus ;
- les propensions stables (nombre de billes) sont bien distinctes des propensions irrégulières (mécanisme d'extraction) ce qui fait que la répétition du processus dans les mêmes conditions stables (même nombre de billes) peut se faire aisément ; cela facilite l'évaluation fréquentielle de la probabilité ;
- l'évaluation *a priori* est, elle aussi, facilitée : si toutes les billes sont identiques et uniformément distribuées dans l'urne, toutes les causes ont le même poids et toutes les connexions ont la même force :

$$w_i = w'_i = w \quad \forall i; \quad s_{ij} = s \quad \forall i \quad \forall j \quad (9)$$

Soit une urne avec n billes rouges qui engendrent l'effet e_1 et m billes blanches qui déterminent l'effet e_2 . Le schéma causal est représenté sur la figure 8. Les propensions normalisées des deux effets, calculées conformément à la définition (D5) sont :

$$p(e_1) = \frac{\mathfrak{R}_i w_i s_{i1}}{\mathfrak{R}_i w_i s_{i1} + \mathfrak{R}_i w'_i s_{i2}} = \frac{nws}{(n+m)ws} = \frac{n}{n+m}; \quad p(e_2) = \frac{m}{n+m} \quad (10)$$

La relation [10] confirme, dans ce cas particulier, la conclusion générale avancée plus haut, à savoir que les propensions normalisées représentent en fait des probabilités.

Figure 8

Les propensions normalisées constantes (proportionnelles aux nombres de billes de chaque couleur), se combinent avec les propensions variables dues au mécanisme d'extraction (quel qu'il soit) et engendrent des propensions instantanées. Ces propensions sont en compétition, vu qu'une seule bille peut sortir de l'urne. La première propension instantanée qui franchit le seuil de réalisation (bille à travers l'orifice), bloque la réalisation des autres. Dans chaque tirage c'est le mécanisme d'extraction qui décide du résultat, mais dans une longue suite, l'influence de ce mécanisme va s'annuler car il favorise également toutes les billes (moyenne nulle des propensions variables) et c'est le nombre de billes de chaque couleur qui va prévaloir.

Les particularités de l'urne à billes (égalité des poids et égalité des forces de connexions) font que le calcul des propensions normalisées (les probabilités) est très facile : ainsi qu'il résulte de la relation [10], il ne faut plus évaluer les poids w et les forces s , car ces valeurs se simplifient et l'on arrive directement à la valeur finale en comptant tout simplement les billes. C'est ce que les créateurs du calcul des probabilités ont fait, en se laissant guider par l'intuition. La confirmation de cette intuition a été faite, d'une part, par la facilité de reproduire l'expérience un grand nombre de fois «exactement dans les mêmes conditions » et de compter les issues

(méthode appelée plus tard « fréquentielle ») et, d'autre part, par la démonstration de Bernoulli concernant la « loi des grands nombres ».

Une autre conséquence de ces particularités consiste dans le fait que les issues élémentaires ont des probabilités égales. En effet, la propension d'une bille à sortir de l'urne (indépendamment de sa couleur) est 'ws'. La propension normalisée (ou la probabilité) est $ws/ws(m+n) = 1/(m+n)$. Cette valeur est la même pour toutes les billes qui ont donc des *probabilités égales*.

En ce qui concerne le *degré de possibilité* d'une issue, alors conformément à la définition (D8) il faut évaluer le nombre de connexions qui relie chaque bille extraite (effet) à sa cause (même bille dans l'urne). Cette unique connexion fait que le degré de possibilité de chaque bille individuelle est égal à 1, et le degré de possibilité normalisé (D9) est $1/m+n$. On remarque que, dans le cas particulier de l'urne, les possibilités des événements élémentaires sont égales et que sous la forme normalisée elles sont égales aux probabilités. Cela explique que Laplace ait eu beaucoup de mal à séparer ces deux concepts, donnant naissance à la définition classique « circulaire », beaucoup commentée depuis.

Les processus causaux du type de l'urne sont rares dans la nature, ce qui fait que cette formule a une application relativement restreinte. C'est une des insuffisances majeures de la théorie classique. Laplace a bien vu cela quand il écrit dans son deuxième principe général du calcul des probabilités : « ...mais cela suppose les différents cas également possibles. S'ils ne le sont pas, on déterminera d'abord leurs possibilités respectives, dont la juste appréciation est l'un des points les plus délicats de la théorie du hasard. Alors la probabilité sera la somme des possibilités de chaque cas favorable ». Mais Laplace ne nous a pas dit comment on pourrait calculer ces possibilités « inégales » et la question est restée ouverte. L'analyse de la structure causale du processus, telle qu'elle a été donnée plus haut, se place dès le début dans le cas des possibilités inégales, le cas de l'égalité résultant comme un cas particulier. On voit facilement que ce n'est que dans ce cas bien particulier que « la somme des possibilités des cas favorables » est égale à la probabilité ».

Malgré ses particularités — ou justement à cause d'elles — le paradigme de l'urne a été salutaire, en ouvrant la voie à une première évaluation de la chance pouvant être confirmée expérimentalement. Mais cette confirmation, bien qu'expérimentale et donc liée au phénomène même, apparaît plutôt comme miraculeuse car non justifiée du point de vue phénoménologique.

Quelle est la liaison profonde, ontologique, entre la définition classique de la probabilité et les fréquences des événements dans une longue suite ?

Cette liaison apparaît très naturelle et intuitive si l'on accepte l'explication « propensionniste » des probabilités. Elle repose sur le fait que dans une longue suite d'essais les propensions irrégulières s'annulent (ayant une moyenne nulle) et l'on retrouve la valeur moyenne de la propension instantanée, ainsi qu'on l'a montré au §4. Cette valeur est égale à la propension constante, définie à partir d'événements stables, donc à la probabilité de l'événement. Un modèle tiré de la théorie de la communication va éclaircir davantage la liaison entre les deux définitions mentionnées.

9. LE CANAL DE COMMUNICATION CAUSAL

9.1. Le modèle

Un processus causal peut être modélisé par un canal de communication (fig. 9) qui transforme les signaux d'entrée (les propensions) en signaux de sortie (les effets), en présence du bruit (Belis 1975, 1990). Cette analogie est basée sur quelques propriétés communes des deux processus :

- du point de vue conceptuel les deux processus peuvent être considérés comme une application d'un espace d'entrée sur un espace de sortie. Dans le cas des systèmes techniques de communication, ces deux espaces sont constitués par les signaux d'entrée, respectivement de sortie ; dans le cas d'un processus causal, l'espace d'entrée est donné par les propensions, tandis que l'espace de sortie est donné par les effets engendrés par le processus causal ;
- dans les deux types de processus, la connexion entrée-sortie est influencée par le « bruit » ce qui fait que la sortie n'est pas uniquement déterminée ; par « bruit » on entend, dans les deux cas, la superposition sur l'entité à transmettre, d'entités non corrélées, ayant en général (mais pas nécessairement), des intensités et des durées inférieures à l'entité principale ; on se place dans le cas d'un bruit de moyenne nulle ;
- dans les deux cas, afin d'annuler l'influence du bruit et d'avoir en sortie une information sur le signal d'entrée, on emploie la méthode de la répétition. Cette méthode, largement utilisée dans les systèmes de transmission pour extraire le signal du bruit, est basée sur le fait que les signaux constants, présents à l'entrée, vont s'ajouter et se renforcer, tandis que le bruit *ayant une moyenne nulle* va s'affaiblir progressivement.

Dans le cas de notre modèle [fig. 10], on considère à l'entrée du canal deux signaux d'amplitude constante, V_1 et V_2 , représentant les propensions normalisées constantes engendrées par un processus causal à deux issues incompatibles (par exemple, l'urne à billes de deux couleurs). Durant la transmission par le canal, l'adjonction du bruit (événements irréguliers),

transforme ces signaux constants en signaux variables (propensions instantanées). Le premier qui parvient à franchir le seuil P_0 , fournit un signal à la sortie de la porte afférente, signal qui incrémente le compteur respectif. Chaque incrémentation d'un des compteurs représente la réalisation de l'un des deux effets possibles. Des signaux de blocage réalisent le verrouillage de l'autre porte pendant la transmission, afin d'assurer l'incompatibilité des issues.

Figure 9

Conformément à l'analyse faite au §4 (fig. 7), plus grands sont les signaux d'entrée, plus fréquemment ils vont dépasser le seuil, suite à l'adjonction du bruit, et plus grand sera le nombre enregistré par le compteur afférent. Soient N_1 et N_2 les indications des deux compteurs après un grand nombre de transmissions. Si $V_1 + V_2 = 1$, on a

$$V_1 = \frac{N_1}{N_1+N_2} ; \quad V_2 = \frac{N_2}{N_1+N_2} ;$$

Figure 10

Le schéma de la figure 10 représente un modèle technique de la méthode fréquentielle. Les propensions présentes à l'entrée du canal sont des probabilités *a priori* et elles se retrouvent à la sortie du canal, (après un grand nombre de transmissions), sous la forme de fréquences relatives.

9.2. Évaluation des probabilités à l'entrée et à la sortie du canal

L'extraction du signal du bruit, par répétition, voir corrélation, est une méthode qui connaît des développements théoriques et pratiques importants dans la transmission des signaux. La méthode fréquentielle n'est que l'illustration de cette méthode d'extraction du signal du bruit, dans le cas des processus aléatoires. Selon que l'on se place à l'entrée ou à la sortie du canal causal, l'évaluation des chances se fait de façon différente.

Si l'on se place à l'entrée du canal et que l'on veut apprécier les chances *a priori* des événements (avant le déroulement du processus), il faut pouvoir évaluer les propensions de chaque issue. Cela suppose une très bonne connaissance de la structure causale du processus, (c'est-à-dire des poids des différentes causes et conditions ainsi que des forces des connexions qui les relient à l'issue envisagée), ce qui est rarement le cas. Laplace s'est placé à l'entrée du canal, mais dans un cas simplifié. Dans le cas général, la structure causale est bien plus complexe et il est difficile dans ces conditions d'évaluer les probabilités *a priori*, donc les propensions à l'entrée du canal.

Par contre, von Mises s'est placé à la sortie du canal afin d'extraire le signal du bruit en répétant la transmission et en comptant les issues. L'un des avantages de cette méthode est sa simplicité : on peut tout ignorer de la structure causale du phénomène, le signal sort du bruit dans sa globalité,

point n'est nécessaire de le construire à partir de ses composantes comme dans le cas des propensions d'entrée. En plus — et surtout — cette méthode a le mérite d'être objective, car les chiffres sont là, l'interprétation humaine n'y est pour rien. C'est d'ailleurs ce qui a été avancé comme preuve de l'existence réelle des probabilités comme entités objectives, indépendantes de tout observateur humain. Mais l'erreur a été de prendre cette preuve de l'existence objective des probabilités pour la définition même du phénomène probabiliste.

L'essentiel du phénomène aléatoire réside dans une structure causale spécifique et non pas dans le caractère répétitif du processus. La répétition permet de *mesurer* les probabilités et non pas de les définir. Les adeptes de la théorie fréquentielle confondent le concept avec l'un de ses tests, une erreur que les humains commettent vis-à-vis de la causalité. En effet, la « conjonction constante » des humains et la « fréquence limite » des probabilistes ont la même racine épistémique propre aux empiristes : prendre l'observable pour l'essence des choses. Cela a abouti à des impasses dans les deux cas, à savoir la difficulté de séparer la causalité de la corrélation, ainsi que l'impossibilité d'expliquer le processus aléatoire singulier.

En effet, tous les processus aléatoires ne sont pas forcément répétitifs. Un match, une course hippique, l'élection d'un président, le lancement d'une fusée, le déclenchement d'une avalanche, sont des processus indéterminés, à issue incertaine et qui ont en commun le fait qu'ils ne se produisent qu'une seule fois dans le contexte donné. Ce sont des événements *singuliers* ; ils n'entrent pas dans le cadre formel de la statistique et pourtant la pratique montre que les humains sont capables d'évaluer les chances de réalisation des événements uniques du type mentionné plus haut. Quel est donc l'algorithme utilisé et quel est sa base objective ?

10. LA PROBABILITE DE L'EVENEMENT ISOLE

Une telle probabilité sort du domaine de la statistique et par conséquent elle a été bannie du domaine du calcul des probabilités objectives. Elle a formé, par contre, le cheval de bataille des subjectivistes qui ont trouvé avec cela la justification d'une théorie « personnaliste » de la probabilité. On se serait attendu à ce que les promoteurs de cette théorie (de Finetti 1931, Savage 1954) indiquent le mécanisme qui permet de transformer l'information acquise sur l'événement en une mesure de probabilité. Mais tout ce que l'on propose c'est d'effectuer un pari dont le montant sera proportionnel à la valeur de la probabilité. D'ailleurs, selon cette théorie, la probabilité est une entité subjective qui n'a pas d'existence en dehors du

sujet. Or c'est justement cette liaison entre probabilité objective et subjective qu'il importe de découvrir. Car si l'on est capable de faire un pari, c'est qu'on a pu évaluer les chances d'un événement à partir des informations (incomplètes) dont on dispose et qui proviennent du monde réel. Mais peut-on se demander avec raison, comment faisons-nous cette évaluation ? Quel est le traitement que nous appliquons aux données dont nous disposons ? Et une fois trouvé, quel est le critère de validation dans le cas de l'événement unique, puisque une confirmation fréquentielle est exclue ?

Une analyse des sources de l'incertitude épistémique montre que celle-ci a une double origine. D'une part elle reflète l'indétermination qui existe objectivement dans le cas des processus aléatoires (processus discontinu à issues incompatibles) et d'autre part, elle est due au manque de connaissances sur les propensions stables qui sont en compétition (connaissance incomplète des causes et des conditions, des poids ou/et des forces des connexions). Devant un phénomène aléatoire à issue(s) incertaine(s), l'observateur cherche à acquérir de l'information sur toute ces entités. Il tient compte de l'importance *relative* de chaque élément actif dans le contexte du processus, en évaluant l'intensité du support qu'il procure à chaque issue. Pour ce faire, il doit évaluer numériquement les paramètres du tableau suivant (les poids w des causes et les forces s des connexions) :

éléments actifs (causes et conditions)	effets :	e_1	e_2 e_m
$c_1(w_1)$	s_{11}	s_{12}	s_{1m}
$c_2(w_1)$	s_{21}	s_{22}	s_{2m}
⋮	⋮	⋮		
$c_n(w_n)$	s_{n1}	s_{n2}	s_{nm}

Exemple : soient les deux issues possibles d'un match de tennis : e_1 (le joueur A gagne) et e_2 (le joueur B gagne). Notre opinion concernant l'issue du match résulte de l'analyse des éléments actifs *stables* qui déterminent le succès, soit : c_1 = le niveau technique, c_2 = l'âge, c_3 = l'état de santé, c_4 = le type de terrain, c_5 = le pays où se tient le match. Il faut évaluer

numériquement les poids w de ces entités (valeurs génériques liées à l'état de nos connaissances sur l'importance de ces entités dans les jeux de tennis en général) ainsi que les forces s des connexions qui les relient à chaque joueur (valeurs spécifiques liées à l'état de nos connaissances sur les deux joueurs en présence). Cela nous permet de calculer la *propension subjective* de chaque issue avec la même relation que dans le cas des propensions objectives (§2).

Si l'information sur la structure causale — stable — du processus est complète, et si l'observateur est en mesure de transformer correctement cette information en une évaluation numérique, les propensions subjectives devraient être égales aux propensions objectives définies au §2 et donc aux probabilités objectives qui dérivent de ces propensions. Une telle situation est rarement réalisée en pratique dans le cas général des événements à possibilités inégales — faute d'information suffisante et d'un algorithme de codage numérique — ce qui fait que les probabilités subjectives diffèrent des probabilités objectives. Si l'événement est répétitif, elles ne seront donc pas forcément vérifiées par la méthode fréquentielle.

Cette absence de concordance, due au manque d'information et aux difficultés d'évaluer sous forme numérique les propensions, ne doit pas masquer *la source objective de la probabilité subjective*. C'est toujours dans la réalité environnante que nous puisons les informations pertinentes pour nous forger une opinion ou faire un pari, et si celui-ci a été choisi comme critère de cohérence par les subjectivistes c'est parce qu'il nous oblige à organiser les données dont nous disposons afin que l'axiome d'additivité soit respecté. Dès que le pari ne s'impose plus, l'axiome d'additivité ne trouve plus sa justification et l'on se trouve dans le cas général des «croyances» traité dans la «théorie de l'évidence» [Shafer 1976, Smets 1994].

Le cas de l'ignorance traité dans la théorie de l'évidence se traduit par l'apparition d'un nouveau noeud dans le graphe causal, en supplément des noeuds représentatifs des issues possibles (fig.11). Vers ce noeud convergent toutes les connexions qui ne peuvent être attribuées à aucune des issues réelles du processus, faute d'information. Ceci explique d'une façon moins formelle mais plus intuitive que les croyances concernant les issues possibles ne sont plus additives [Belis 1994].

Figure 11

Il faut remarquer aussi que dans l'incapacité d'attribuer des valeurs numériques aux poids et aux connexions, un observateur humain est toutefois capable de faire une évaluation *qualitative* des chances, c'est-à-dire un ordonnancement des issues. Des évaluations qualitatives du type « A a plus de chances que B », résultent d'un ordonnancement des poids et des forces de connexion, c'est-à-dire de l'évaluation qualitative des propensions.

Il faut remarquer encore que dans l'évaluation — qualitative ou quantitative — des chances, l'observateur humain néglige délibérément l'influence des événements qu'on a qualifié de « bruits » dans la transmission causale (une crampe dans la jambe d'un des joueurs, le mécanisme d'extraction dans le cas de l'urne etc.), et ne prend en compte que les événements déterminants stables. Cette négligence est justifiée, d'une part, par la difficulté de connaître les événements du type « bruit » (faible intensité, courte durée etc.) et d'autre part — et surtout — par le fait que leur influence s'annule à long terme si le processus est répétitif. Mais même s'il ne l'est pas, la probabilité subjective, à l'instar de la probabilité objective, est construite à partir des éléments stables qui représentent les « chances » objectives de réalisation de l'événement.

Les difficultés de percevoir (et de mesurer) les événements du type « bruit » et donc d'évaluer les propensions instantanées, ne doivent pas masquer le caractère objectif du phénomène aléatoire, fut-il singulier ou répétitif. L'indétermination des issues n'est pas due uniquement à l'observateur, à son ignorance ; elle réside aussi — et en premier lieu — dans le caractère discontinu de la connexion causale, dans la compétition des propensions qui engendrent des issues mutuellement exclusives et

dans le rôle important que jouent, dans cette compétition, les événements irréguliers.

11. CONCLUSION

Le modèle causal que nous avons construit dans la première partie de cette étude a permis de définir la propension, entité conceptuelle qui synthétise l'action graduée et conjointe des forces actives. La propension, sous sa forme normalisée, satisfait les axiomes de base de la théorie des probabilités. Cela a permis de donner une explication objective au concept de probabilité en le reliant à la structure causale du processus indéterminé. Cela a permis aussi de déceler la liaison qui existe entre les deux définitions données à ce concept : la définition *classique* qui évalue les probabilités *a priori* — à l'entrée du canal — et la définition *fréquentielle* qui évalue les probabilités à la sortie du canal de transmission causal.

L'approche causale des probabilités a permis d'étendre ce concept à l'événement singulier indéterminé, en lui fournissant une explication objective en même temps qu'une méthode d'évaluation subjective issue du « bon sens ».

Enfin, l'analyse de la structure causale du processus indéterminé a mené à une définition objective du concept de possibilité et à la mise en relief de sa parenté avec celui de probabilité.

La liaison entre propension et probabilité proposée par Popper sous forme intuitive et à laquelle on a cherché à donner une justification causale dans cette étude, concerne uniquement le cas des événements incertains *à venir*. Nous l'avons analysée dans un univers macroscopique, formé d'événements stables et d'événements irréguliers. Le concept de propension a été analysé aussi à d'autres niveaux systémiques (Suppes [1974], Mugur-Schächter [1991]).

Depuis sa création, le concept de probabilité s'est considérablement développé comme outil formel, en dépit de la méconnaissance de ses racines ontologiques. Ainsi les bayésiens l'ont appliqué aux événements passés (probabilité des causes) et les statisticiens l'emploient, sous diverses formes dérivées, dans l'évaluation des phénomènes de masse. Ces applications sont valables dans des processus très éloignés du paradigme initial qui concernait le devenir — incertain — d'une nouvelle entité. Il serait vain de chercher dans les différentes extensions formelles de la probabilité, la trace des propensions. La liaison entre probabilité et propension n'existe que dans les processus générateurs d'entités nouvelles, les seuls où se manifestent les forces actives mises en évidence par notre modèle. Mais cette liaison permet de rattacher la

probabilité aux phénomènes du monde réel et confère aux axiomes fondamentaux une justification ontologique qui explique le succès de cet outil formel dans tous les cas d'incertitude qui respectent ces axiomes.

Marianne BELIS
École Centrale d'Électronique
Paris

Bibliographie

- Barreau, H. [1989] Popper et les probabilités, dans R. Bouveresse (éd.), K. Popper et la science d'aujourd'hui (*Actes du colloque de Cerisy*, 1981). Paris, Aubier.
- Belis, M. [1973] On the Causal Structure of Random Processes, dans R. Bogdan and I. Niiniluoto (éds), *Logic, Language and Probability*. Dordrecht: Reidel.
- Belis, M. [1990] Causal Reasoning in Predictive Systems, *Analyse de Systèmes*, XVI, pp. 13-22.
- Belis, M. [1994] The Structure of Uncertain Knowledge in the Theory of Evidence, *cinquième conférence internationale, IPMU*, Paris.
- Bunge, M. [1963] *Causality. The Place of the Causal Principle in Modern Science*. Cleveland: Meridian Books.
- Cartwright, N. [1989] *Nature's Capacities and their Measurement*. Oxford: Clarendon Press.
- Dubois, D. et Prade, H. [1985] *Théorie des possibilités*, Paris, Masson.
- Finetti, B. de [1931] La prévision : ses lois logiques, ses sources subjectives, *Annales de l'Institut Henri Poincaré*, vol 7.
- Hacking, I. [1967] Possibility, *The Philosophical Review*, p. 162.
- Hacking, I. [1975] *The Emergence of Probability*, Cambridge University Press, London.
- Hume, D. [1739] *A Treatise of Human Nature*, reprinted in Penguin Classics, 1984, London.
- Khintchine, A.I. [1952] La méthode des fonctions arbitraires et la lutte contre l'idéalisme dans la théorie des probabilités : article traduit dans le tome V des *Questions Scientifiques*, pp. 9-24, Éditions de la Nouvelle Critique.
- Kyburg, H. [1974] Propensities and Probabilities, *British Journal for the Philosophy of Science*, 25, pp. 358-375.
- Laplace, P.S. [1820] *Essai philosophique sur les probabilités*. Paris, Gauthier-Villars, 1921.
- Mugur-Schächter, M. [1991] La mécanique quantique et les propensions poppériennes, dans K. Popper, *Science et philosophie*, Paris, Vrin.

- Papineau, D.[1991] Correlations and Causes. *British Journal for the Philosophy of Science*, 42, pp. 397-412.
- Pearl, J. [1988] *Probabilistic Reasoning in Intelligent Systems*, San Mateo, California, Morgan Kaufmann.
- Peirce, C. S. [1934-58] *Collected Papers*, 8 Vols, Cambridge, Harvard University Press, Massachusetts.
- Peng, Y. and J. A. Reggia [1987] A Probabilistic Causal Model for Diagnostic Problem Solving, *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, vol. SMC-17
- Popper, K. R. [1959] The Propensity Interpretation of Probability, *British Journal for the Philosophy of Science*, 10, pp. 25- 42.
- Popper, K. R. [1992] *Un univers de propensions*, Paris, l'Éclat.
- Rieger, C. and Grinberg, N. [1977] The Declarative Representation and Procedural Simulation of Causality in Physical Mechanisms, 5-*IJCAI*, pp. 250-255.
- Savage, L.J. [1954] *The Foundations of Statistics*. New York: Dover.
- Settle, T. [1974] Induction and Probability Unfused, dans P.A.Schilpp (éd.), *La philosophie de Karl Popper*, pp. 697-749. La Salle, Illinois: Open Court Publishing.
- Shafer, G. [1976] *A Mathematical Theory of Evidence*. Princeton, N.J.: Princeton University Press.
- Shafer, G. [1978] Non additive Probabilities in the Work of Bernoulli and Lambert, *Archive for History of the Exact Sciences*, 19, pp. 309-370.
- Smets, P. and Kennes, R.[1994] The Transferable Belief Model, *Artificial Intelligence*, 66, pp. 191-234.
- Sosa, E. and Tooley, M. (éds), [1993] *Causation*. Oxford: Oxford University Press.
- Suppes, P. [1970] *A Probabilistic Theory of Causality*. Amsterdam:North-Holland.
- Suppes, P. [1974] Popper's Analysis of Probability in Quantum Mechanics, dans P.A. Schilpp (éd.), *La philosophie de Karl Popper*, pp. 760-775. La Salle Illinois: Open Court Publishing.
- Weatherford, R. [1982] *Philosophical Foundations of Probability*. London: Routledge and Kegan Paul.
- Zadeh, L.A. [1978] Fuzzy Sets as a Basis for a Theory of Possibility, *Fuzzy Sets and Systems*, 1, pp. 3-28.